

Geometría Analítica I

PROBLEMAS TIPO A TRATAR

Prof. Pablo Barrera

Lunes 16 de Agosto, 2004

Al finalizar el curso, el alumno será capaz de resolver de manera razonable lo siguiente:

1. Grafique los siguientes polinomios:

(a) $p(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$

(b) $q(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$

(c) $r(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 5x - 6$

2. Grafique lo siguiente

(a)

$$\frac{x}{(x-1)(x+2)}; \quad \frac{x}{(x-1)^2}$$

(b)

$$\frac{x}{x-1}; \quad \frac{x^2}{x-1}$$

(c)

$$\frac{x}{x^2+1}; \quad \frac{x^2-1}{x^2+1}$$

(d)

$$\frac{x^3}{x-1}; \quad \frac{x^3}{(x-1)^2}; \quad \frac{x^3}{(x-1)^3}$$

(e)

$$\frac{x^3}{(x-1)(x+2)}; \quad \frac{x^3}{(x-1)^2(x+2)}; \quad \frac{x^3}{(x-a)(x-b)(x-c)}$$

(f) $\frac{x^3}{x^2+1}; \quad \frac{x^3}{x^3+1}; \quad \frac{x^3}{x^4+1}; \quad \frac{x^3}{x^4-1}$

3. Calcule las raíces de los polinomios

(a) $p(x) = x^3 - x - 1$

(b) $p(x) = (x-1)(x+2)(x-3) + 1$

(c) $p(x) = x^5 - 3x + 1$

usando el método de Newton.

4. Grafique

(a) $x^2 + 4y^2 - 2x - 3 = 0$

(b) $x^2 - 4y^2 - 2x - 3 = 0$

(c) $x^2 + 2axy + 4y^2 - 2x - 3 = 0; \quad a \in \mathbb{R}$

(d) $x^2 + y^4 = 1; \quad x^2 - y^4 = 1$

(e) $x^3 + y^2 = 1; \quad x^3 - y^2 = 1$

5. Construya un cuadrilátero cíclico dados los lados a, b, c y d .

6. Construya un cuadrilátero bicéntrico:

(a) dados a, b , los lados consecutivos.

(b) dados a, b , los lados opuestos.

7. Demuestre

(a) la ley de los Senos

(b) la ley de los Cosenos

8. Fórmula del área de un triángulo, dado el incentro r y el circuncentro R .

9. Área de un cuadrilátero.

10. Familia de cuadriláteros cuyos lados miden 1,2,3 y 4 unidades de longitud.

11. Coordenadas baricéntricas de
 - (a) circuncentro
 - (b) incentro
 - (c) ortocentro
12. Demuestre los Teoremas de Ceva, Menelao y Desargues.
13. Fórmulas de
 - (a) Distancia de un punto a una recta $d(P, \mathcal{L})$
 - (b) Distancia de un punto a un plano $d(P, \Pi)$
 - (c) Distancia de un punto a un segmento de recta $d(P, \overline{P_1P_2})$
 - (d) Distancia entre dos rectas $d(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2)$
 - (e) Distancia entre dos segmentos de recta $d(\overline{P_1P_2}, \overline{Q_1Q_2})$
 - (f) Distancia entre un punto y una circunferencia $d(P, \mathcal{C})$
 - (g) Distancia entre una recta y una circunferencia $d(\mathcal{L}, \mathcal{C})$
 - (h) Distancia entre un segmento de recta y una circunferencia $d(\overline{P_1P_2}, \mathcal{C})$
 - (i) Lugar geométrico $\{P : d(P, P_0) = d(P, \mathcal{L})\}$, dado P_0 .
 - (j) Lugar geométrico $\{P : d(P, \mathcal{L}) = d(P, \mathcal{C})\}$
 - (k) Lugar geométrico $\{P : d(P, \mathcal{C}_1) = d(P, \mathcal{C}_2)\}$
 - (l) Lugar geométrico $\{P : d(P, \mathcal{L}_1) = d(P, \mathcal{L}_2)\}$
 - (m) Lugar geométrico $\{P : d(P, \mathcal{L}_1) + d(P, \mathcal{L}_2) = \text{cte.}\}$
14. Describa el algoritmo de Calsteljau para parábolas.
15. Construya un óvulo parabólico.