

Geometría Analítica I

LECTURA 1

Ayudante: Guilmer González

Día 17 de agosto, 2004

El día de hoy veremos:

1. Desigualdades
2. Factorizaciones
3. Función cuadrática.

1 Desigualdades

Una desigualdad es una relación entre dos números o expresiones algebraicas, por los signos “ $<$ ”, “ $>$ ” o “ \neq ”.

Ejemplos. Proponer unos, preguntar a los estudiantes.

Propiedades

1. Si $a > b$, entonces $b < a$.
2. Si $a > b$, $b > c$; entonces $a > c$.
3. Si $a > b$, y m es un número cualquiera; entonces $a + m > b + m$
4. Si $a > b$, y m es un número positivo; entonces $am > bm$.

Ejemplos. Proponer unos, preguntar a los estudiantes.

Operaciones

1. Dos desigualdades del mismo sentido, pueden sumarse miembro a miembro obteniendo una desigualdad del mismo sentido.
2. Dos desigualdades de sentido contrario, se pueden restar miembro a miembro, obteniendo una desigualdad con el sentido del minuendo.
3. Dos desigualdades pueden multiplicarse miembro a miembro, si todos los elementos son positivos; el sentido no cambia.

4. Dos desigualdades con miembros positivos y de signo contrario, pueden dividirse miembro a miembro obteniendo una desigualdad en el sentido del dividendo.

Ejemplos. Proponer unos, preguntar a los estudiantes.

Resolución de desigualdades de primer orden

Una desigualdad en donde alguno de sus miembros sea una expresión algebraica lineal en una incógnita

$$ax + b > cx + d$$

Resolver una desigualdad significa hallar todos los valores de la incógnita que satisfacen la desigualdad. Básicamente llegar a una desigualdad elemental $x < a$ o $x > b$.

Ejercicio: Resolver la desigualdad

$$\frac{3x - 2}{4} > 2x - 1$$

¿Qué ocurre cuando aparece un módulo en la desigualdad?

Ejercicio: Resolver

$$\left|x - \frac{5}{2}\right| > 4$$

Sistemas de desigualdades de primer orden

Se cuenta con un sistema de dos desigualdades lineales de la forma

$$\begin{aligned} ax + b &> 0 \\ cx + d &< 0 \end{aligned}$$

El método general para resolver este sistema, es resolver cada una de ellas por separado, y al compararlas establecer soluciones comunes. Si no existen soluciones comunes, el sistema se dice que es incompatible.

Preguntar si conocen y, en su caso, comprenden una forma gráfica de plantear y resolver sistemas de desigualdades.

Ejercicios

Resolver las siguientes desigualdades

http://www.chillan.udec.cl/~webmath/ej_resueltos_calculo_diferencial_inecuaciones.htm

Resolver los siguientes sistemas de desigualdades

1.
$$\frac{1}{2}x + 3 > 0; \quad 2x - 3 < 0$$

2.
$$2x - 3 > 0 \quad 3x + 2 > 0$$

Para qué valor de a se verifica que

$$1 < \frac{3a + 10}{a + 7} < 2$$

2 Factorización de polinomios

En general, para factorizar polinomios hay muchos métodos o técnicas. Muchas de ellas son las que primero recordamos o bien de antemano intentamos realizar:

1. Factor común

$$x^3y + x^2y^4 = x^2y(x + y^3)$$

2. Factor común por agrupación:

$$\begin{aligned} ax + bx + ay + by &= (a + b)x + (a + b)y \\ &= (a + b)(x + y) \end{aligned}$$

3. Trinomio cuadrado perfecto

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

4. Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Preguntar si conocen otras formas o técnicas para factorizar polinomios.

Preguntar sobre la suma o diferencia de potencias iguales.

Hacer mención a la regla de Ruffini para encontrar las raíces enteras de un polinomio, con coeficientes enteros.

Ejercicios

Factorizar las siguientes expresiones

1. $3x^2 - 6x + 9x^4$

2. $\frac{1}{4} + 2x + 4x^2$

3. $4m^2n^2 + 24m^2n - 28m^2$

4. $8y^3 + z^3$

5. $7hkk^2 + 21hkk + 14hk$

6. $x^2 - 7xy - 18y^2$

3 Función cuadrática

Esta parte la veremos en clase con Pablo, de cualquier manera, vaya una referencia a una página.

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0416-02/ed99-0416-02.html>

Otra referencia es el proyecto Descartes. Ahí buscar

Estudio_algunos_tipos_funciones_cuadratica_exponencial

La_funcion_cuadratica