

# GoDec y el cálculo de esquinas de L-curvas

Valia Guerra O., Rafael Díaz F., Jorge Estrada S.

*(Instituto de Cibernética, Matemática y Física, Cuba)*

Ebroul Izquierdo

*(Queen Mary, University of London, Inglaterra)*

IV Encuentro Cuba-México de  
Métodos Numéricos y Optimización

19 - 22 enero 2015

# Motivación

Dada una secuencia de video:

detectar los objetos estáticos (**background**) y los objetos en movimiento (**foreground**) es un problema a resolver on-line en escenarios del mundo real, como son la detección de movimientos y su análisis.

## RETOS ACTUALES PARA ANALIZAR VÍDEOS DEL MUNDO REAL:

- ✓ Imágenes con poca calidad (imágenes obtenidas de cámaras web o después de una compresión).
- ✓ Cámaras en movimiento (videos de móviles, cámaras movidas por el viento).
- ✓ Aplicaciones en tiempo real.
- ✓ Backgrounds variando gradualmente con el tiempo.

# Antecedentes utilizando Álgebra Lineal Numérica

OLIVIER ET AL., 1999

Una de las estrategias más recientes, consiste en formar una matriz  $X$  de tamaño  $m \times n$ , cuyas columnas son los  $g \times h$  frames de una secuencia de video:

$$X = \begin{bmatrix} \boxed{F_1} & \boxed{F_2} & \dots & \boxed{F_n} \\ F_1 & F_2 & \dots & F_n \end{bmatrix}$$

# Antecedentes utilizando Álgebra Lineal Numérica

OLIVIER ET AL., 1999

Una de las estrategias más recientes, consiste en formar una matriz  $X$  de tamaño  $m \times n$ , cuyas columnas son los  $g \times h$  frames de una secuencia de video:

$$X = \begin{bmatrix} \boxed{F_1} & \boxed{F_2} & \dots & \boxed{F_n} \\ F_1 & F_2 & \dots & F_n \end{bmatrix}$$

Luego, considerar los objetos en movimiento de cada frame como perturbaciones de un frame estático y calcular la descomposición  $X = L + S + G$ , con  $L$  de rango pequeño y  $S$  sparse, donde  $L$  representa al *background*,  $S$  al *foreground* y  $G$  al ruido.

# Antecedentes utilizando Álgebra Lineal Numérica

## MÉTODO GoDEC (ZHOU, TAO, 2011)

Algoritmo para calcular  $L$  y  $S$  como solución del problema:

$$\min_{L, S} \{\|X - L - S\|_F^2\} \quad st \quad rank(L) \leq r, card(S) \leq k.$$

Aquí se necesita fijar el rango de  $L$  y la cantidad de ceros de  $S$ , algo difícil de determinar en aplicaciones reales.

# Antecedentes utilizando Álgebra Lineal Numérica

## MÉTODO GoDEC (ZHOU, TAO, 2011)

Algoritmo para calcular  $L$  y  $S$  como solución del problema:

$$\min_{L, S} \{\|X - L - S\|_F^2\} \quad \text{st} \quad \text{rank}(L) \leq r, \text{card}(S) \leq k.$$

Aquí se necesita fijar el rango de  $L$  y la cantidad de ceros de  $S$ , algo difícil de determinar en aplicaciones reales.

Para resolver el problema de minimización se usa una estrategia iterativa:

Inicializa:  $S = 0$

$$L_t = \underset{\text{rank}(L) \leq r}{\text{argmin}} \|X - L - S_{t-1}\|_F, \quad \text{rank}(L) \leq r$$

$$S_t = \underset{\text{card}(S) \leq k}{\text{argmin}} \|X - L_t - S\|_F, \quad \text{card}(S) \leq k$$

El proceso converge a un óptimo local.

## Variante propuesta del GoDec

Este trabajo propone una variante de GoDec donde *la cardinalidad de  $S$  no se fija de antemano, sino que se deduce* de las coordenadas de la esquina de la curva:

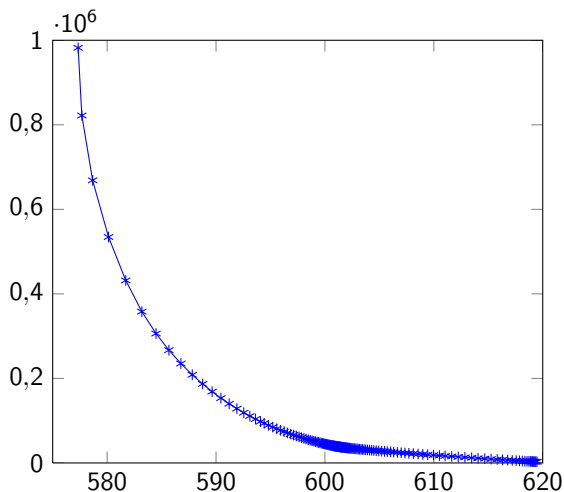
$$c(i) = (\text{error}S(i), \text{card}S(i)).$$

En el punto (o intervalo) de la esquina existe un buen equilibrio entre *error $S$*  y *card $S$* .



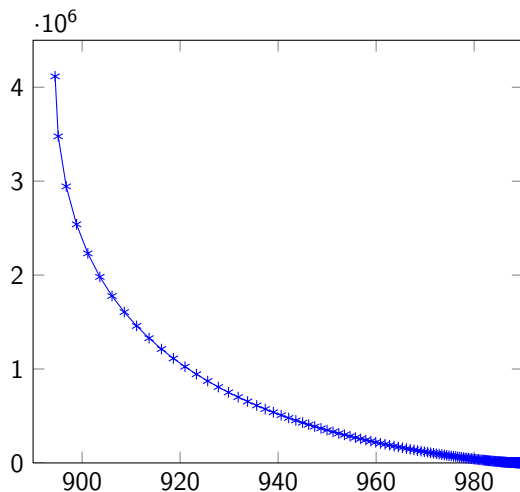
# Variante propuesta del GoDec

$$c(i) = (\text{error}S(i), \text{card}S(i)).$$



# Variante propuesta del GoDec

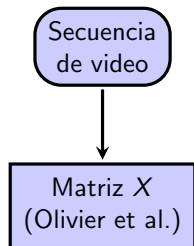
$$c(i) = (\text{error}S(i), \text{card}S(i)).$$



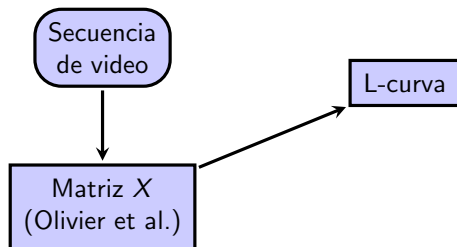
# Variante propuesta del GoDec

Secuencia  
de video

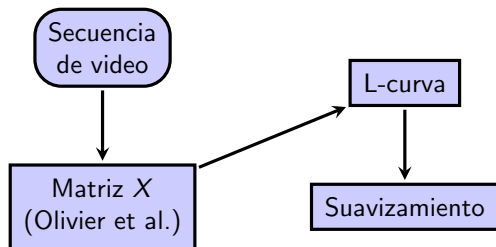
# Variante propuesta del GoDec



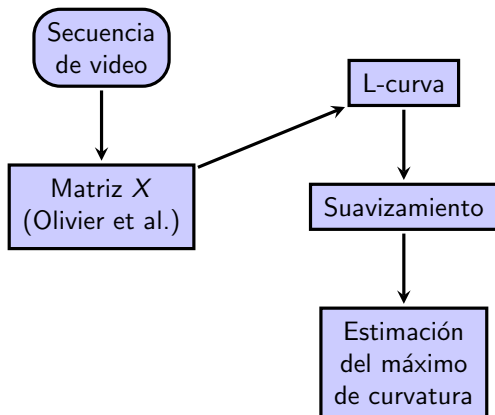
## Variante propuesta del GoDec



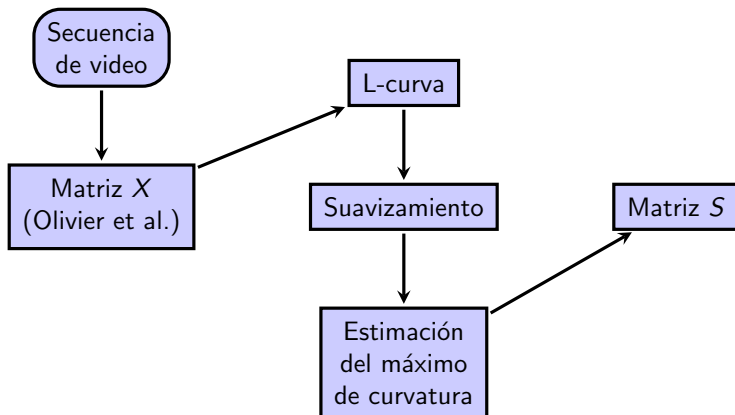
## Variante propuesta del GoDec



## Variante propuesta del GoDec

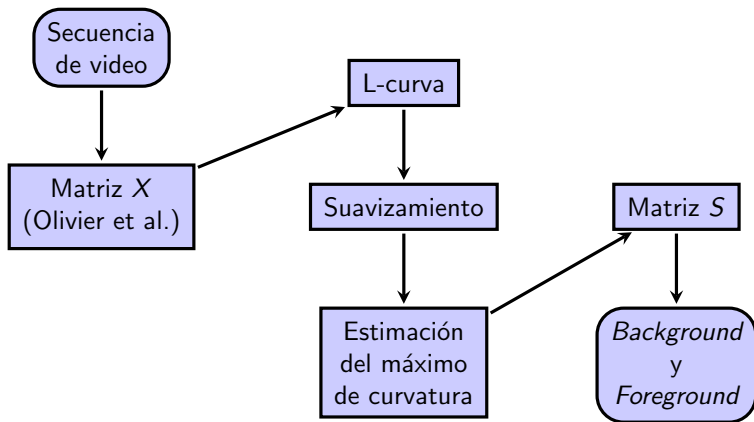


## Variante propuesta del GoDec





## Variante propuesta del GoDec



## Esquema de subdivisión para suavizar datos

Dado el conjunto de puntos ordenados  $\mathcal{P}^0 = \{P_i^0, i \in \mathbb{Z}\}$ , se generan los conjuntos  $\mathcal{P}^k = \{P_i^k, i \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{N}\}$  mediante la regla:

$$P_{2i}^{k+1} = \frac{1}{2n-1} \sum_{-n+1}^{n-1} P_{i+j}^k$$

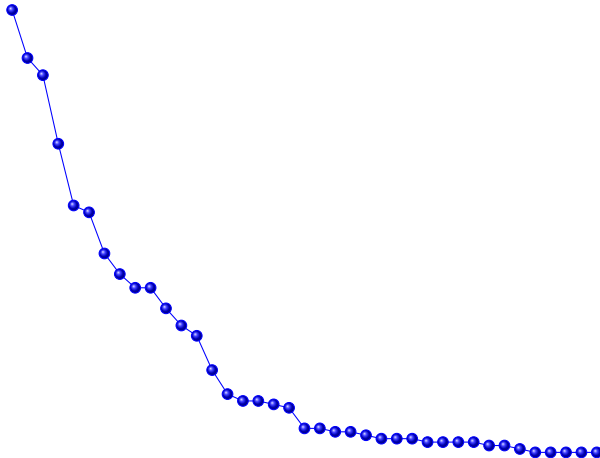
$$P_{2i+1}^{k+1} = \frac{1}{2n} \sum_{-n+1}^n P_{i+j}^k,$$

siendo  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathcal{P}^k$  una curva con continuidad al menos  $C^1$ .

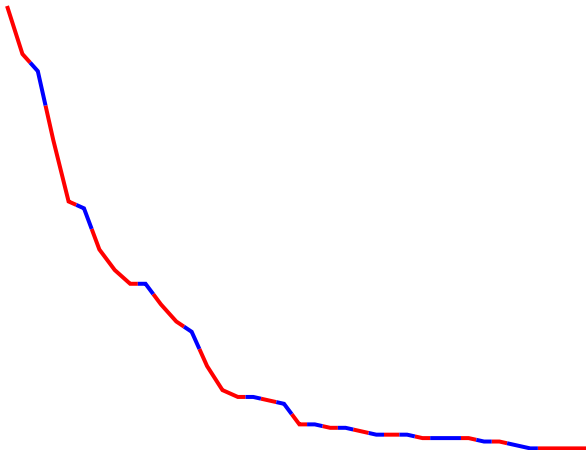


Nira Dyn, Allison Heard, Kai Hormann, and Nir Sharon, *Univariate subdivision schemes for noisy data*. 2013.

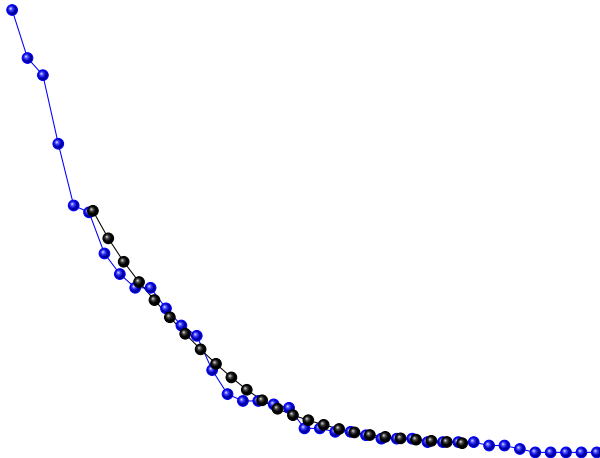
# Esquema de subdivisión para suavizar datos



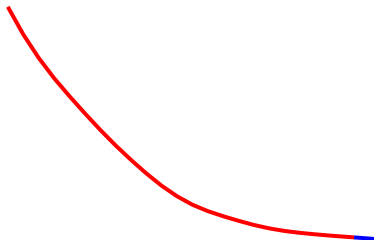
# Esquema de subdivisión para suavizar datos



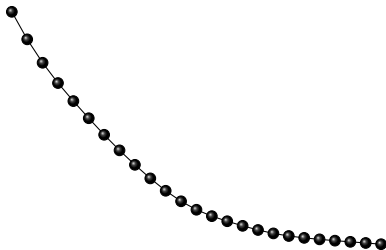
# Esquema de subdivisión para suavizar datos



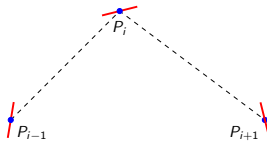
# Esquema de subdivisión para suavizar datos



# Esquema de subdivisión para suavizar datos

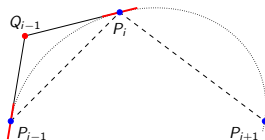


# Estimación de valores de curvatura



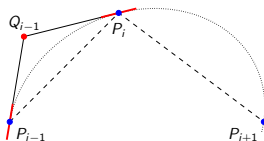


# Estimación de valores de curvatura



Resolver el sistema  $P_{i+1} - P_i = x(P_{i-1} - P_i) + y(Q_{i-1} - P_i)$

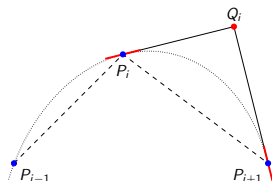
# Estimación de valores de curvatura



Resolver el sistema  $P_{i+1} - P_i = x(P_{i-1} - P_i) + y(Q_{i-1} - P_i)$

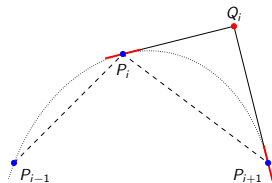
Hallar  $\omega_{i-1,r}^2 = \frac{y^2}{4|x(1-x-y)|}$

# Estimación de valores de curvatura



Resolver el sistema  $P_{i-1} - P_{i+1} = x(P_i - P_{i+1}) + y(Q_i - P_{i+1})$

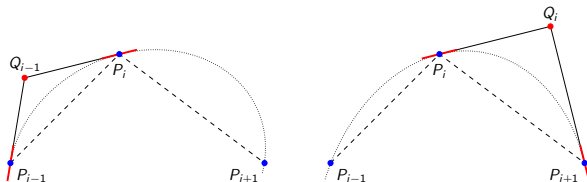
# Estimación de valores de curvatura



Resolver el sistema  $P_{i-1} - P_{i+1} = x(P_i - P_{i+1}) + y(Q_i - P_{i+1})$

Hallar  $\omega_{i,l}^2 = \frac{y^2}{4|x(1-x-y)|}$

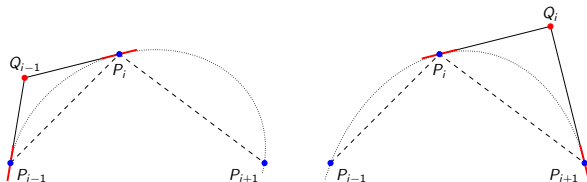
# Estimación de valores de curvatura



Asignar

$$\hat{k}(P_i) = \frac{1}{2} \left( \frac{A[P_{i-1}, Q_{i-1}, P_i]}{\omega_{i-1,r}^2 \|P_i - Q_{i-1}\|^3} + \frac{A[P_i, Q_i, P_{i+1}]}{\omega_{i,l}^2 \|P_i - Q_i\|^3} \right)$$

# Estimación de valores de curvatura

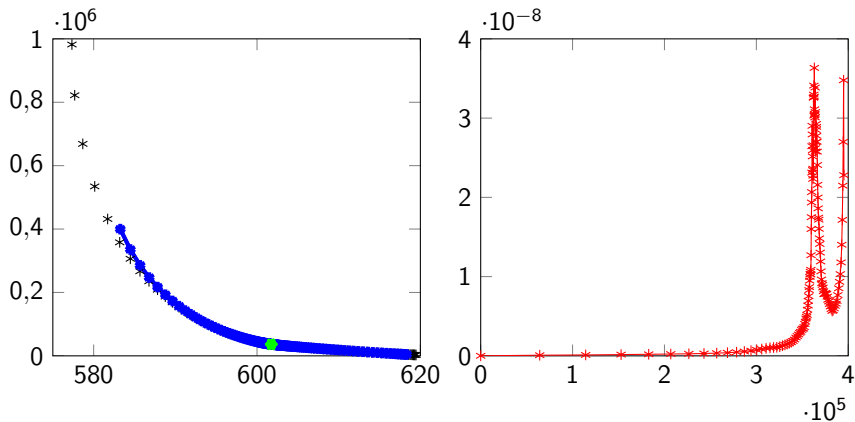


Asignar

$$\hat{k}(P_i) = \frac{1}{2} \left( \frac{A[P_{i-1}, Q_{i-1}, P_i]}{\omega_{i-1,r}^2 \|P_i - Q_{i-1}\|^3} + \frac{A[P_i, Q_i, P_{i+1}]}{\omega_{i,l}^2 \|P_i - Q_i\|^3} \right)$$

Costo computacional  $O(n)$ .

# Estimación en L-curvas



## Identificación del *background* y *foreground*

- ✓ El algoritmo logra separar los objetos estáticos de los fijos, confirmando la validez del modelo propuesto como variante del GoDec.



## Identificación del *background* y *foreground*

- ✓ El algoritmo logra separar los objetos estáticos de los fijos, confirmando la validez del modelo propuesto como variante del GoDec.

## Identificación del *background* y *foreground*

- ✓ El algoritmo logra separar los objetos estáticos de los fijos, confirmando la validez del modelo propuesto como variante del GoDec.

# Conclusiones

## PRINCIPAL VENTAJA

Se obtiene un estimado de la cardinalidad de  $S$  que consigue un buen balance entre *sparsity* de  $S$  y error del modelo.

# Conclusiones

## PRINCIPAL VENTAJA

Se obtiene un estimado de la cardinalidad de  $S$  que consigue un buen balance entre *sparsity* de  $S$  y error del modelo.

## PRINCIPAL INCONVENIENTE

Es computacionalmente caro, especialmente en aplicaciones online.

## *Continuará...*

Hay otras aplicaciones prácticas retadoras:

- ✓ cámaras que se mueven (por ejemplo, si están sujetas a vientos),
- ✓ imágenes corruptas y con muy poca definición,
- ✓ cambios de iluminación
- ✓ y aplicaciones en tiempo real.

¿Preguntas,  
sugerencias  
y comentarios?



*¡Gracias!*

# GoDec y el cálculo de esquinas de L-curvas

Valia Guerra O., Rafael Díaz F., Jorge Estrada S.

*(Instituto de Cibernética, Matemática y Física, Cuba)*

Ebroul Izquierdo

*(Queen Mary, University of London, Inglaterra)*

IV Encuentro Cuba-México de  
Métodos Numéricos y Optimización

19 - 22 enero 2015