

Aplicación de SAFEM al estudio de la propagación de ondas guiadas en material viscoelástico

Suset Rodríguez Alemán
Victoria Hernández Mederos
Eduardo Moreno Hernández
Jorge Estrada Sarlabous

IV EMNO
La Habana, Cuba

Detección de imperfecciones



Corrosión

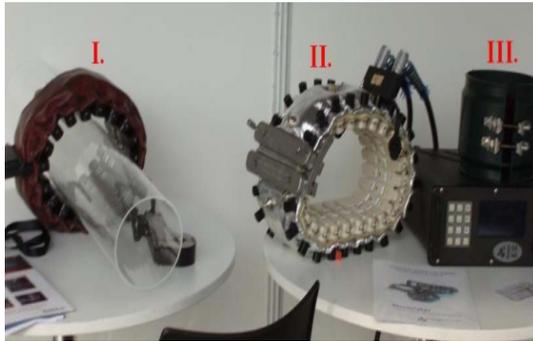


Fracturas



Estructuras de sección transversal constante y de gran longitud

Ondas ultrasónicas

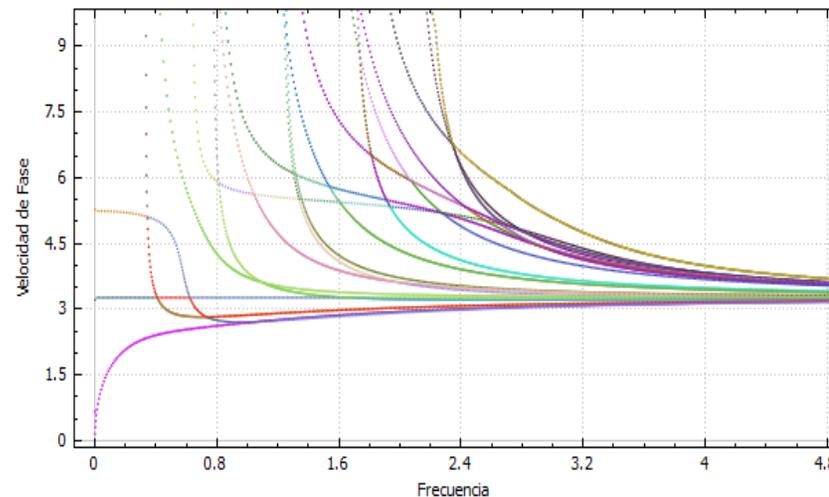


Anillo de transductores



¿Qué onda enviar?

- Gran longitud
- Poca dispersión



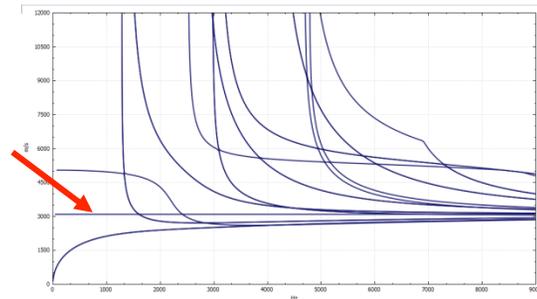
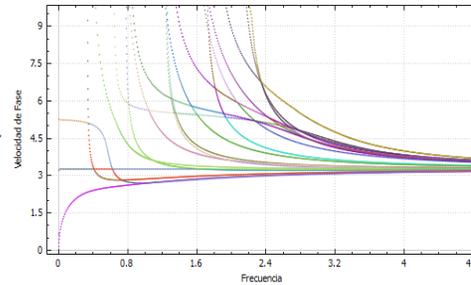
**CURVAS DE
DISPERSIÓN**

- ↳ Geometría
- ↳ Material

Curvas de Dispersión



Geometría
Material

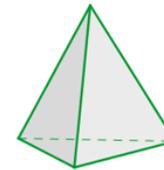
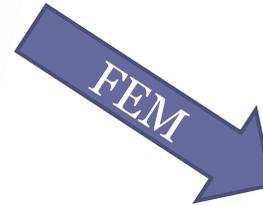
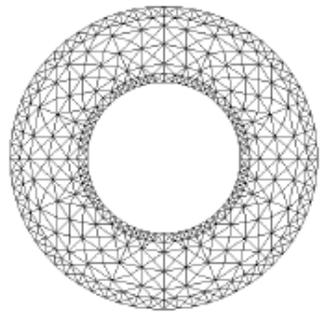


Frecuencia vs Velocidad de Fase

$f = \omega / 2\pi$

$V_f = \omega / k$

SAFEM vs FEM

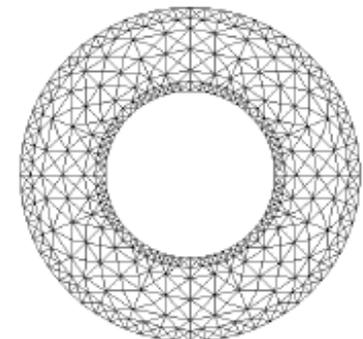


$$u = F(x,y)e^{i(kz-\omega t)}$$

función polinomial por pedazos de grado pequeño

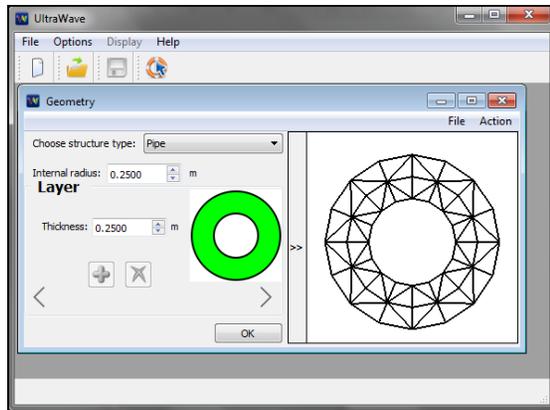
- tiempo
- frecuencia angular
- dirección de propagación de la onda
- número de onda

SE CALCULA LA SOLUCIÓN EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE LA ESTRUCTURA

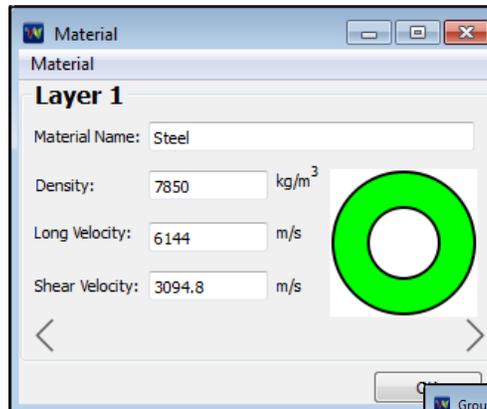


UltraWave

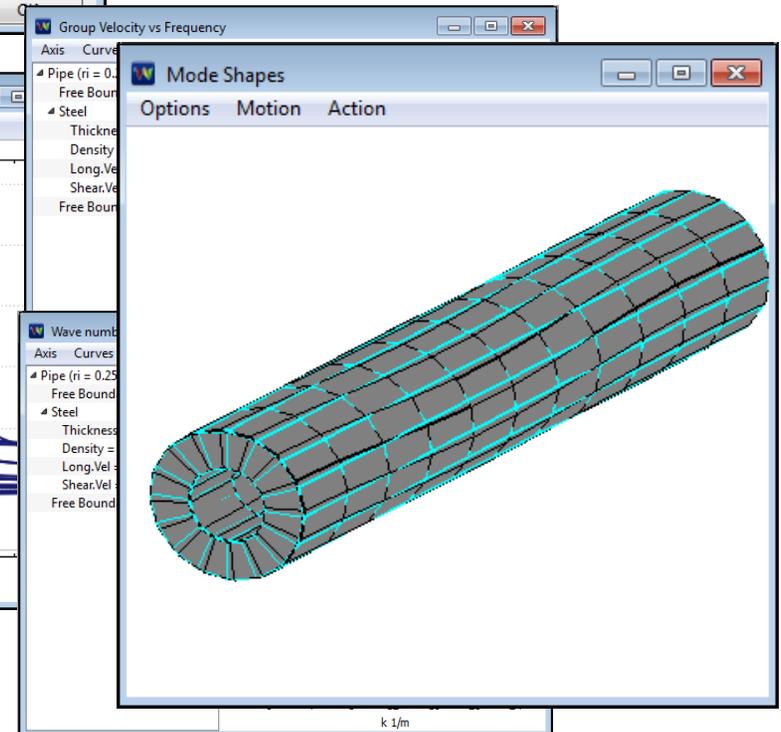
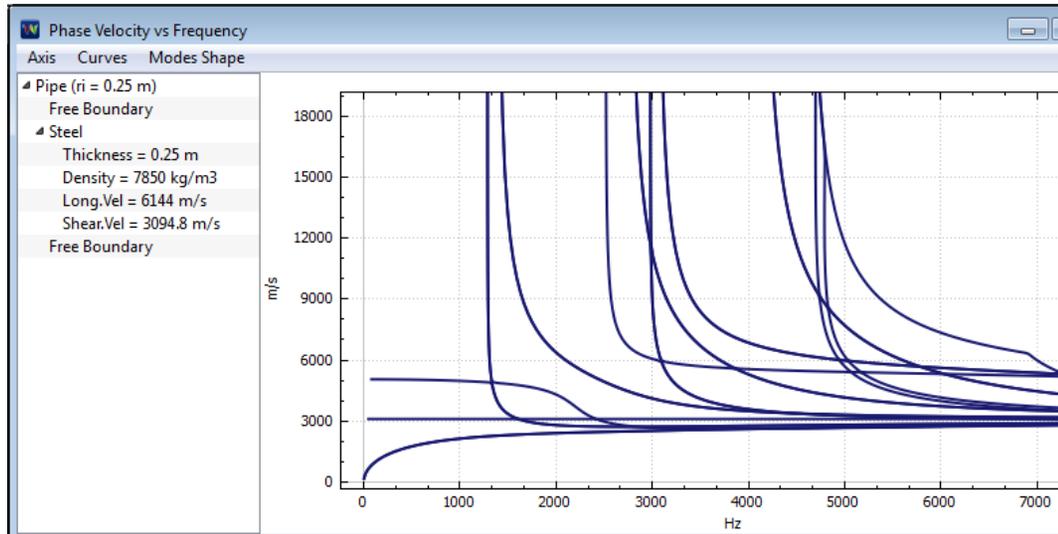
Geometría



Material



- ~~Material~~es isotrópicos
 - ~~Una~~ capa
 - ~~Vacío~~
 - **Viscoelasticidad**
 - **Multicapas**
 - **Sumergido en líquido o sólido.**
- LEAKAGE**



Material viscoelástico

Presenta tanto **propiedades elásticas** como **propiedades viscosas**



son el resultado de desplazar ligeramente los átomos de su posición de equilibrio a lo largo de planos cristalográficos



proceden de la difusión de átomos o moléculas en el interior del material.

Viscoelasticidad  Matriz del material $C \in \mathbb{C}$

 Atenuación

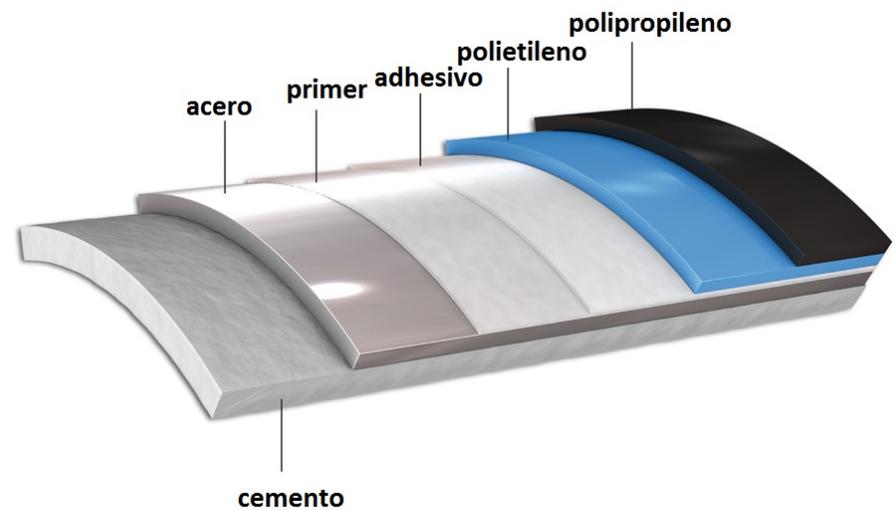
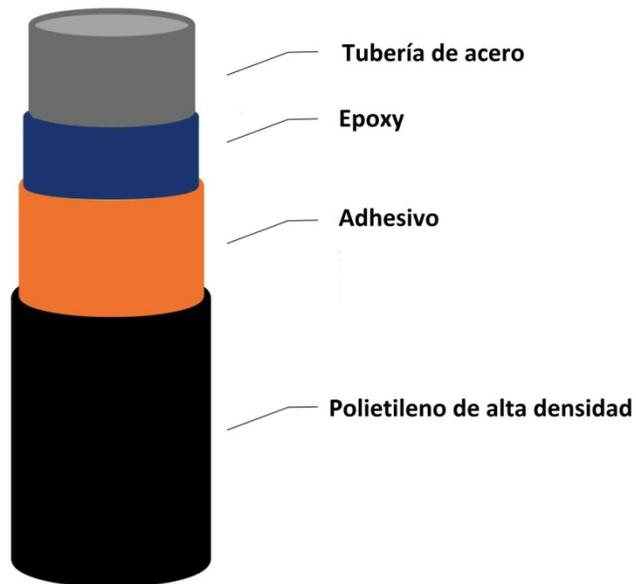
Material viscoelástico



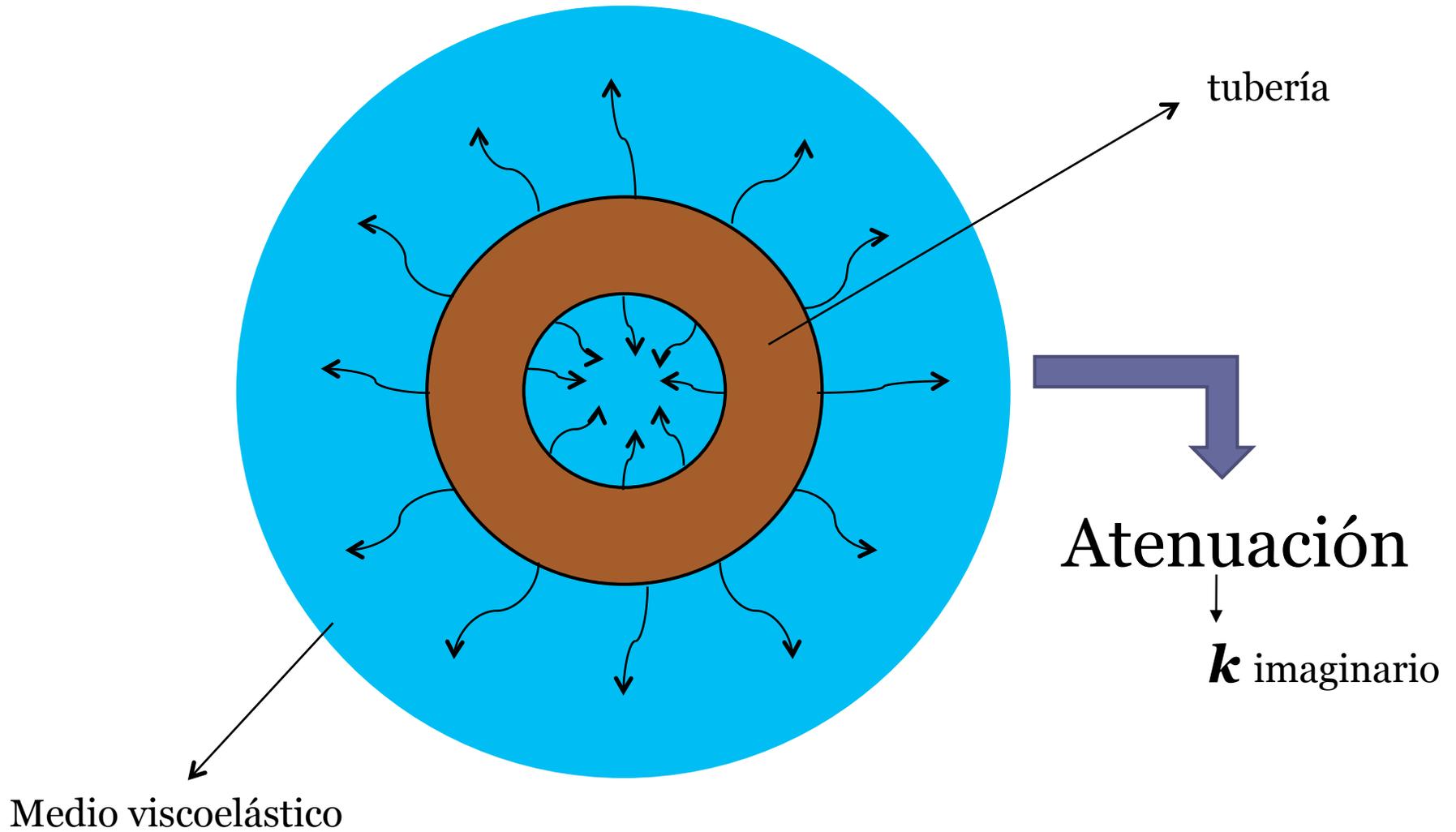
Brujas, Bélgica

Multicapas

Recubrimiento de tuberías



Leakage + SAFEM



Problema de propagación de ondas guiadas

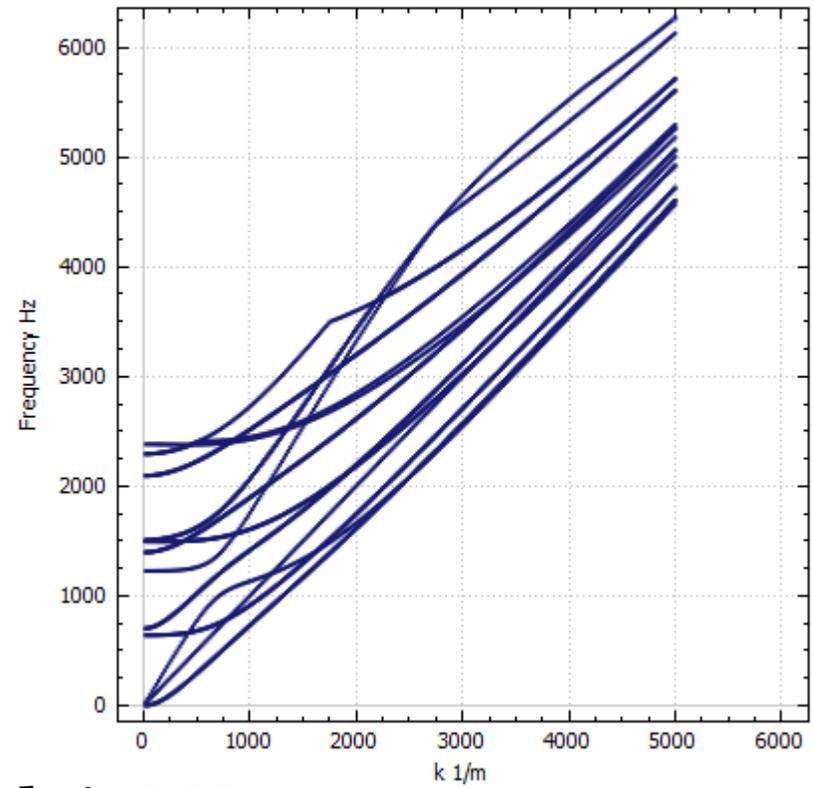
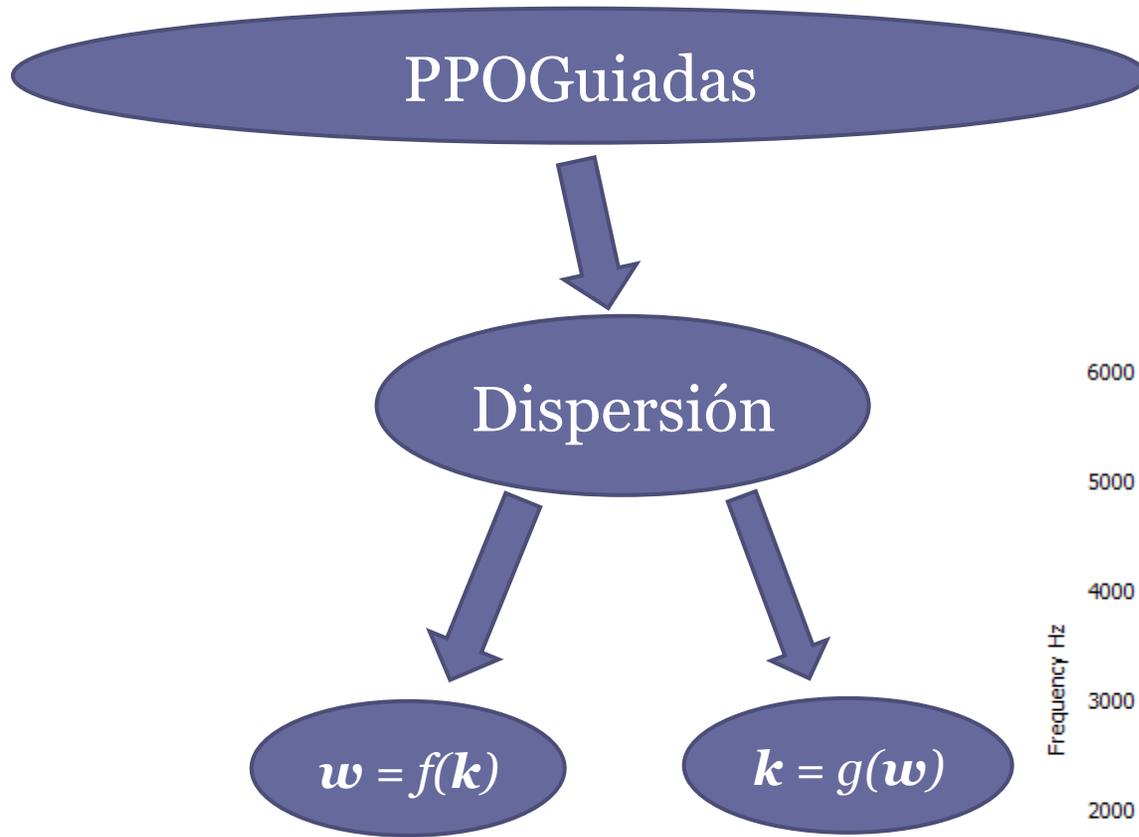
Familia de problemas generalizados que dependen del parámetro k

$$(K_1 + k K_2 + k^2 K_3)q = \omega^2 Mq$$

Matriz de rigidez

Matriz de masa

- MUY sparse
- Estructura conocida
- Las dimensiones de K y M dependen linealmente del número de nodos de la malla.
 $\dim(K_1) = \dim(K_2) = \dim(K_3) = \dim(M) = 3n_n$



Quién es real y quién es complejo???

Dos modelos

$$(K_1 + \mathbf{k} K_2 + \mathbf{k}^2 K_3)q = \omega^2 Mq$$

$\omega = f(\mathbf{k})$, \mathbf{k} real

$$A_{\mathbf{k}} q = \omega^2 Mq$$



Materiales
elásticos

Transformar:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & K_1 - \omega^2 M \\ K_1 - \omega^2 M & i^* K_2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} K_1 - \omega^2 M & 0 \\ 0 & -K_3 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{k} = g(\omega)$, ω real

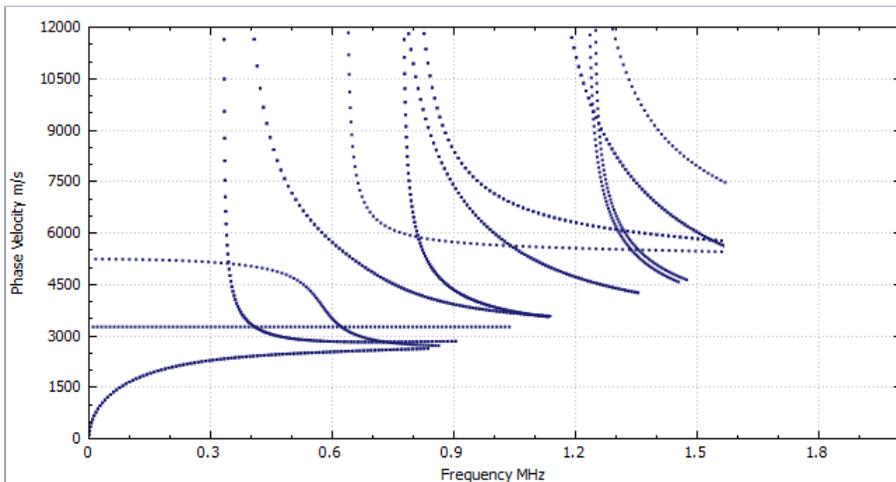
$$B_{\omega} \begin{pmatrix} q \\ \mathbf{k}q \end{pmatrix} = \mathbf{k} D_{\omega} \begin{pmatrix} q \\ \mathbf{k}q \end{pmatrix}$$

Dos modelos

Material Elástico

$$A_k q = \omega^2 M q$$

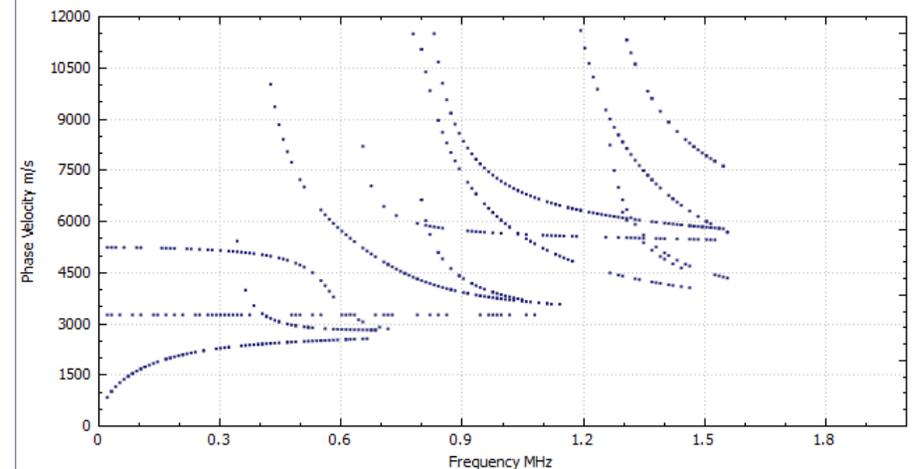
Discretizar k real y calcular ω



- Matrices de tamaño $3n_n$
- Producto matriz-vector
- Menor tiempo de ejecución: 31 s

$$B_w \begin{bmatrix} q \\ kq \end{bmatrix} = k D_w \begin{bmatrix} q \\ kq \end{bmatrix}$$

Discretizar w real y calcular k



- Matrices de tamaño $6n_n$
- Mayor tiempo de ejecución: 11 min

Dos modelos

Material Viscoelástico

$$A_k q = \omega^2 M q$$

Discretizar k real y calcular ω

$$B_w \begin{bmatrix} q \\ kq \end{bmatrix} = k D_w \begin{bmatrix} q \\ kq \end{bmatrix}$$

Discretizar ω real y calcular k

Atenuación

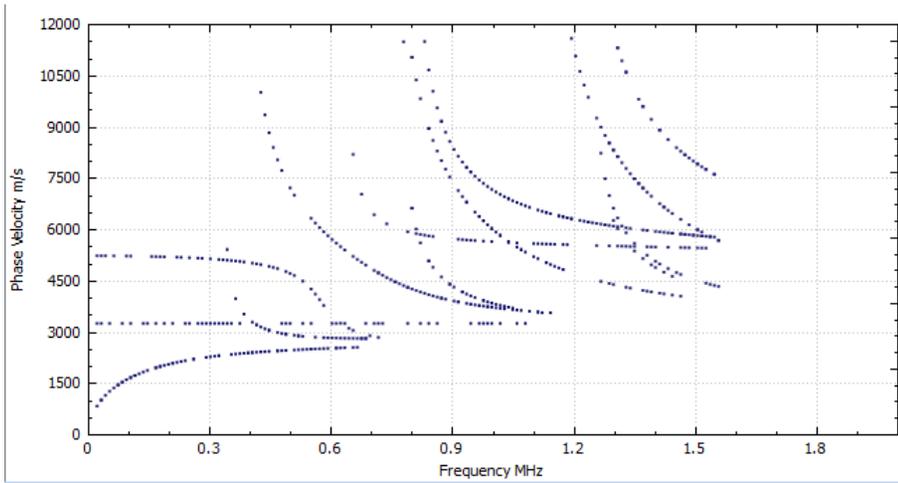


Imag (k)

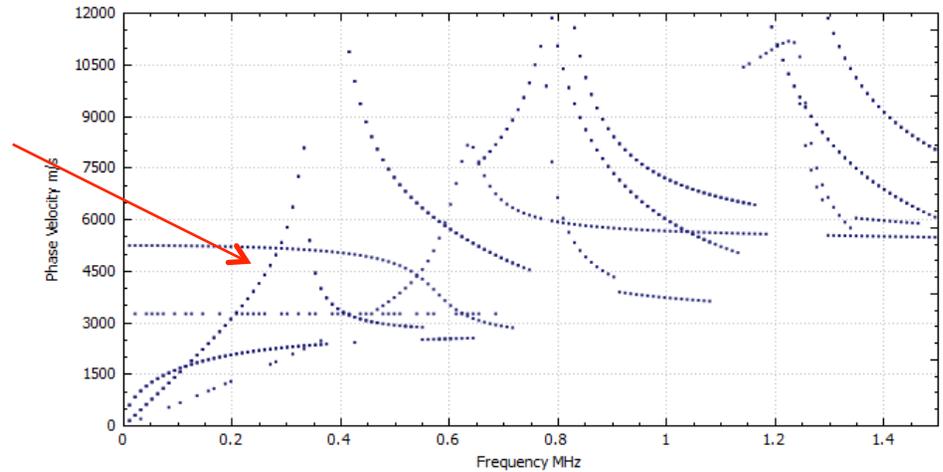
Discretizar k complejo ???

Se obtiene k complejo !!!

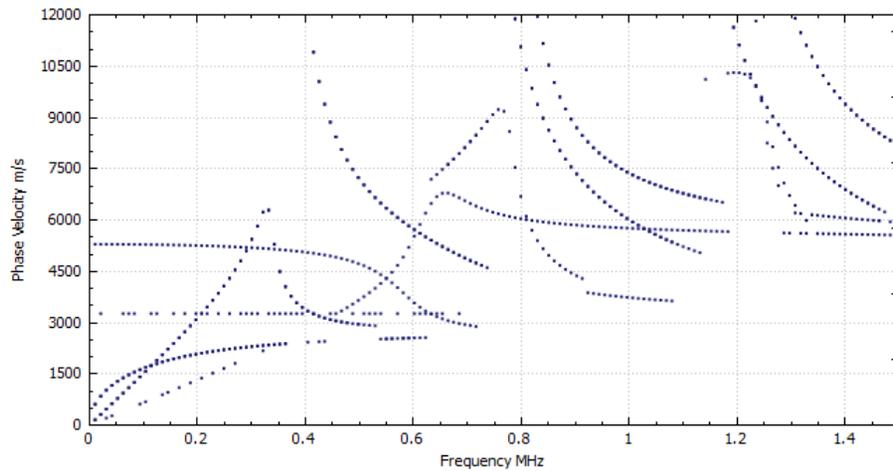
Curvas de dispersión - viscoelasticidad



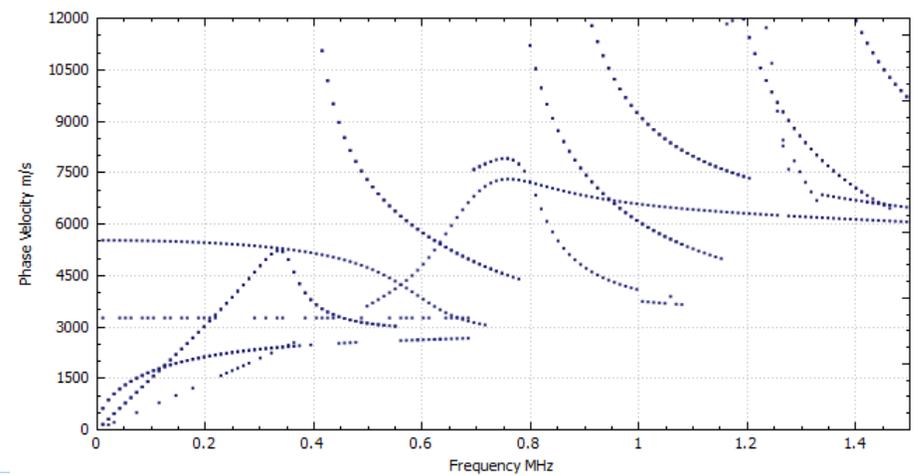
Imag (C) = 0



Imag (C) = 10% Real (C)



Imag (C) = 25% Real (C)



Imag (C) = Real (C)

Conclusiones

PPOG + material viscoelástico $\longrightarrow C \in \mathbb{C}$

Curvas de Atenuación $\longrightarrow \text{imag}(\mathbf{k}) \longrightarrow \mathbf{k} \in \mathbb{C}$

- dimensiones matrices
- tiempo de ejecución

mayores \longleftarrow

\downarrow
 $\mathbf{k} = g(\mathbf{w}), \mathbf{w}$ real

Próximos pasos ...

- Producto matriz-vector
- Multicapas
- Obtener curvas de atenuación

