Autómatas y lenguajes formales. Tarea 1.1

1. Las listas de números naturales $L(\mathbb{N})$ se pueden definir a partir de un elemento básico, la lista vacía

$$[\ ]$$

y la función ::, que toma números naturales y listas y da por resultado nuevas listas. Por ejemplo, si $n \in \mathbb{N}$ y $[n_1 \ldots n_m] \in L(\mathbb{N})$, entonces

$$n :: [n_1 \ldots n_m] = [n\, n_1 \ldots n_m]$$

Considera ahora las funciones $\text{Sum} : L(\mathbb{N}) \to \mathbb{N}$ y $\text{doble} : L(\mathbb{N}) \to L(\mathbb{N})$

$$\begin{array}{rcl} \text{Sum}([\ ]) & = & 0 \\ \text{Sum}(n :: l) & = & n + \text{Sum}(l) \\ \text{doble}([\ ]) & = & [\ ] \\ \text{doble}(n :: l) & = & (2 \times n) :: (\text{doble}(l)) \end{array}$$

Demuestra por inducción que $2 \times \text{Sum}(l) = \text{Sum}(\text{doble}(l))$ para toda lista finita l.

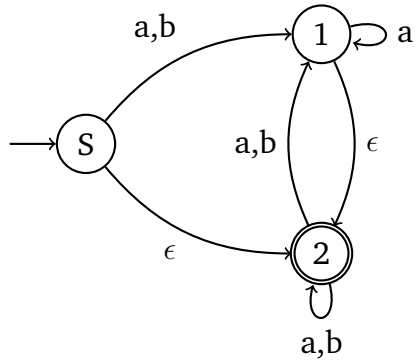
2. Construye un autómata que acepte los números en representación ternaria que al ser divididos entre 4 dejen 3 como residuo.

3. Dados $0 \leq m < k$ y $2 \leq p$, sea

$$A_{k,m,p} = \{\alpha \in \{0, 1, \ldots, p-1\}^* \mid \alpha \text{ es una representación } p\text{-aria de } x \text{ y } x \ \textbf{mod}\ k = m\}.$$

Da un método general para construir un autómata que acepte $A_{k,m,p}$.

4. Considera el siguiente autómata no determinista con transiciones-ϵ.



Transfórmalo en un autómata determinista usando los métodos vistos en clase.