

Seminario de Filosofía de las Matemáticas y Lógica de la Ciencia

Tarea 1

1. Di si las afirmaciones (a)–(d) son ciertas dado el marco $\mathcal{F}$ siguiente: El conjunto de mundos posibles $\mathcal{W} = \{A, B, C, D\}$ y la relación de accesibilidad $R = \{(A, B), (C, D), (B, C), (A, D), (A, A), (B, B), (C, C), (D, D)\}$. Además, tenemos la interpretación e :

$$\begin{array}{llll} e(p, A) = V & e(p, B) = F & e(p, C) = F & e(p, D) = F \\ e(q, A) = V & e(q, B) = V & e(q, C) = V & e(q, D) = V \\ e(r, A) = F & e(r, B) = V & e(r, C) = V & e(r, D) = F \end{array}$$
 (a) $\mathcal{F}, e, A \models_v \Diamond(p \vee q)$; (b) $\mathcal{F}, e, B \models \Box(q \wedge r)$;
 (c) $\mathcal{F}, e \models \Box(p \Rightarrow q)$; (d) $\mathcal{F}, e \models \Box(q \Rightarrow \neg r)$.
2. Sea $\mathcal{F} = \langle W, R \rangle$. Entonces

$$\mathcal{F} \models S_3 \quad \text{sii} \quad R \text{ satisface } P_3,$$
 donde

$$P_3 \quad \forall u, v . u \rightarrow v \Rightarrow v \rightarrow u \quad \text{simetría}$$
 y

$$S_3 \quad \alpha \Rightarrow \Box \Diamond \alpha \quad B(\alpha).$$
3. Repite el ejercicio anterior para el esquema S_8 y la propiedad P_8 (densidad débil).
4. Demuestra que

$$\vdash_{KD5} \alpha \quad \text{implica} \quad \vdash_{S5} \alpha \quad \forall \alpha.$$

Tu demostración debe ser, preferentemente, semántica (i.e. utilizando propiedades de las respectivas relaciones de accesibilidad), pero si lo deseas puede ser sintáctica (i.e., que los axiomas de $KD5$ son teoremas de $S5$).
5. El ejercicio 2.8 (1) del libro de Hans van Ditmarsch, Wiebe van der Hoek y Barteld Kooi, *Dynamic Epistemic Logic*.
6. Plantea un ejemplo que pueda formalizarse por medio de la lógica epistémica con *conocimiento común*. Tu descripción deberá incluir (a) la sintaxis del lenguaje (en particular, qué fórmulas atómicas necesitarás); (b) la semántica; (c) axiomas específicos de la situación; (d) al menos tres ejemplos de fórmulas que describan posibles situaciones de interés.
7. En un programa de maestría se inscriben al primer semestre n estudiantes. El programa dura cuatro semestres y es un requisito aprobar todas las materias para titularse. Modela formalmente esta situación con lógica temporal de tal forma que sea posible expresar enunciados del tipo
 - El estudiante x seguirá siendo un alumno regular el próximo semestre
 - El estudiante x terminará en cuatro semestres
 - El estudiante x terminará algún día
 - El estudiante x tal vez termine algún día
 - Si el estudiante x reprueba una materia no podrá terminar
 - Algunos estudiantes terminarán algún día
 - Algunos estudiantes terminarán a tiempo
 - Todos los estudiantes terminarán algún día