

## Lógica 1. Tarea 2

1. Da símbolos para los conceptos de “ser pariente”, “ser amigo” y “ser el mejor amigo” (para éste último hazlo tanto con un símbolo funcional como con uno de relación). Formula explícitamente la transitividad del primero, la posible no transitividad del segundo y la posible no simetría del tercero.
2. Realiza las siguientes sustituciones:
  - (a)  $((\exists y. P_1^3(x, y, z) \Rightarrow (\forall z. P_2^3(x, y, z)))_{[z:=f_1^2(y,x)]}_{[x:=f_1^2(y,z)]})'$
  - (b)  $((\exists x. (\forall z. (\exists y. P_1^3(x, y, z)))) \Leftrightarrow P_2^3(x_1, y, z_2))_{[x_1:=f_1^3(x,y,z_3)]}_{[z:=f_2^1(y)]}$ .
3. En el diagrama del ejercicio 2, asigna constantes a los individuos de la familia y presenta una fórmula de cada tipo:
  - (a) satisfecha
  - (b) satisfecha pero que no es verdadera
  - (c) verdadera
  - (d) verdadera pero que no es válida
  - (e) y válida.

Justifica tus respuestas.

4. Da un modelo de las siguientes fórmulas:

$$\exists x. \forall y. P_1^2(x, y) \quad \forall x. \exists y. P_1^2(x, y) \quad \forall x. \forall y. P_2^3(c, x, y).$$

5. Demuestra los siguientes teoremas de deducción natural:

- (a)  $\neg \exists x. \neg \forall y. P_1^1(x) \Rightarrow P_2^1(y) \vee P_3^1(y), P_1^1(c_1), \neg P_2^1(c_2) \vdash_N \exists z. P_3^1(z);$
- (b)  $\forall x. \forall y. P_1^2(x, c) \Rightarrow P_2^2(y, c), \exists x. P_1^2(x, c), \forall x. P_2^2(x, c) \Rightarrow P_1^1(x) \vdash_N \exists z. P_1^1(z).$

6. Demuestra la corrección de la regla  $I \forall$ .