

Complejidad Computacional. Tarea 1.1

1. En clase se presentó una descripción general de cómo codificar una máquina de Turing como una cadena binaria. Completa la descripción de tal forma que una máquina universal pueda utilizarla para imitar la máquina codificada.
2. Demuestra que los siguientes problemas sobre gráficas (es decir, los lenguajes respectivos) están en **P** (elige la representación que prefieras para las gráficas):
 - **CONNECTED**: el conjunto de todas las gráficas conexas.
 - **BIPARTITE**: el conjunto de todas las gráficas bipartitas, es decir, aquellas cuyos vértices puedan ser divididos en dos conjuntos A y B tales que todas las aristas en la gráfica tengan en un extremo un vértice de A y en el otro uno de B .
3. Un número n está representado por la cadena binaria $d_0d_1 \dots d_{\log n}$ sii

$$n = \sum_{i=0}^n d_i \times 2^i$$

(Nótese que el orden de los dígitos es el inverso con respecto a la notación usual.)

En general, si tomamos como base el número b y tenemos el alfabeto

$$\{0, \dots, b-1\}$$

podemos decir que una cadena de símbolos $d_0 \dots d_{\log_b n}$ en este alfabeto representa n sii

$$n = \sum_{i=0}^n d_i \times b^i$$

Si ahora remplazamos cada dígito de esta representación por su representación binaria, obtenemos una cadena en $\{0, 1\}^*$ que denotaremos por $\llcorner n \lrcorner_b$.

Demuestra que si $S \subseteq \mathbb{N}$ y

$$L_S^b = \{\llcorner n \lrcorner_b \mid n \in S\}$$

entonces para todo $b \geq 2$

$$L_S^b \in \mathbf{P} \quad \text{sii} \quad L_S^2 \in \mathbf{P}.$$

Ésta es una manera formal de decir que una base distinta para representar los números no tiene ninguna ningún efecto sobre su pertenencia a **P**.

4. Demuestra que los siguientes lenguajes están en **NP**:
 - **2COL** = $\{\langle G \rangle \mid \langle G \rangle \text{ codifica una gráfica que tiene una 2-coloración}\}$.
 - **3COL** = $\{\langle G \rangle \mid \langle G \rangle \text{ codifica una gráfica que tiene una 3-coloración}\}$.

¿Cuáles están en **P**?

Todos los ejercicios están tomados del libro de Arora, con variaciones.