

Lógica Computacional. Tarea 1

1. Sea $<$ el orden estándar en \mathbb{N} . Di si existen (y en ese caso, descríbelos) los siguientes elementos:
 - Mínimo de $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) - \{(0, 0)\}$ con el orden $<_L$.
 - Mínimo de $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) - \{(0, 0)\}$ con el orden $<_C$.
 - Maximales y minimales de $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) - \{(0, 0)\}$ con el orden $<_L$.
 - Maximales y minimales de $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) - \{(0, 0)\}$ con el orden $<_C$.
2. Considera estas funciones para árboles ternarios de naturales ($A^3(a, b, c)$ es un árbol con ramas a, b y c).

$$\begin{aligned}\text{card}(n) &= 1 & n \in \mathbb{N} \\ \text{card}(A_3(a, b, c)) &= \text{card}(a) + \text{card}(b) + \text{card}(c) \\ \text{prof}(n) &= 0 & n \in \mathbb{N} \\ \text{prof}(A_3(a, b, c)) &= \text{máximo}\{\text{prof}(a), \text{prof}(b), \text{prof}(c)\} + 1\end{aligned}$$

Demuestra por inducción bien fundada que $\text{card}(a) \leq 3^{\text{prof}(a)}$.

3. Considera la siguiente definición del lenguaje de la lógica modal proposicional:
 - (a) Propositiones atómicas: p, q, r, p_1, \dots
 - (b) Fórmulas creadas por medio de conectivas lógicas: $\neg\alpha, (\alpha \vee \beta), \dots$
 - (c) Fórmulas creadas por medio de operadores modales: $\Box\alpha, \Diamond\alpha$.

Transforma la definición anterior en una definición de un conjunto generado inductivamente.