

LÓGICA COMPUTACIONAL

PRESENTACIÓN

Francisco Hernández Quiroz

Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias, UNAM
E-mail: fhq@ciencias.unam.mx
Página Web: www.matematicas.unam.mx/fhq

Facultad de Ciencias

¿Qué es la lógica?

La lógica se ocupa de argumentos: una serie de premisas de la que se sigue una conclusión.

Premisas:

- ➊ Todos los hombres son mortales.
- ➋ Sócrates es un hombre.

Conclusión:

- ➌ Sócrates es mortal.

Resumen

- ➊ Relaciones entre la lógica y la computación
 - ¿Qué es la lógica?
 - Origen de las computadoras
- ➋ Descripción y análisis de lenguajes
 - Lógica aplicada a otros lenguajes formales
 - Técnicas para la verificación
- ➌ Otras tres áreas de aplicación directa de la lógica
 - Programación lógica
 - Bases de datos
 - Sistemas expertos y representación del conocimiento
 - Aplicaciones a otras ciencias

Para la lógica, la verdad de un argumento no tiene que ver con su contenido, sino con su forma:

Premisas:

- ➊ Todos los bologovos son misófilos.
- ➋ El Jabberwock es un bologovo.

Conclusión:

- ➌ El Jabberwock es un misófilo.

Sintaxis y semántica

Un lenguaje lógico consta de:

- *Sintaxis*. Son reglas que dicen qué cadenas de símbolos pertenecen al lenguaje.
Por ejemplo, $p \Rightarrow q$ es una fórmula del cálculo de proposiciones, pero $\Rightarrow p$ no lo es.
- *Semántica*. Son reglas que relacionan las fórmulas con un universo de significado. Por ejemplo, si

p	significa	“México perdió con Italia”	y	
q	significa	“México le ganó a Croacia”,	entonces	
$\neg p \wedge q$	significa	“México no perdió con Italia y le ganó a Croacia”		

Origen de las computadoras

- El origen de (los modelos matemáticos de) las computadoras reside en parte en la lógica
- Leibniz planteó la posibilidad de tener un lenguaje que expresara todo el conocimiento posible y permitiera razonar infaliblemente
- Hilbert retomó esta idea en el siglo xx, aunque limitada al conocimiento matemático, y con la lógica como lenguaje formal

Sistemas de demostración

Un tercer elemento de un sistema lógico son las

- *Reglas de derivación*. Son reglas que nos permiten derivar una fórmula a partir de otras. Ejemplo: *modus ponens*

$$\frac{p \Rightarrow q, \quad p}{q}$$

que nos permite concluir q a partir de $p \Rightarrow q$ y p .





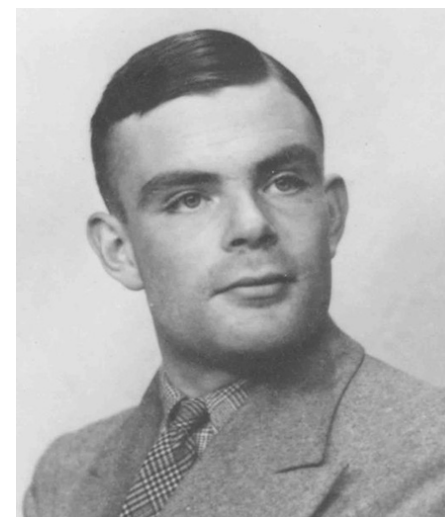
Problema de la decisión

Hilbert formuló de manera más precisa la cuestión:

¿Podemos responder siempre la pregunta de si un enunciado es válido por medio de un procedimiento efectivo?

Procedimiento efectivo

- Por supuesto, antes hay que definir con rigor qué es un procedimiento efectivo
- La respuesta la dio Alan Turing (entre otros)
- Y como resultado “colateral” presentó el modelo más general de computadora que se conoce (hasta ahora)
- Este modelo inspiró a algunos de los creadores de las computadoras modernas



Por cierto, el problema de la decisión es insoluble; y el sueño de Leibniz y Hilbert, irrealizable.

¿Cómo garantizar que un programa es correcto?

- Un programa es correcto si realiza la tarea para la que fue diseñado
- Para conseguir este objetivo se puede utilizar la lógica para
- especificar (describir formalmente) la tarea que debe realizar un programa
- verificar que el programa cumple con esta tarea

Nota: las pruebas por ensayo y error no son suficientes para concluir que un programa es correcto.

Lógica aplicada a otros lenguajes formales

- Los programas se describen por medio de sistemas formales conocidos como lenguajes de programación
- Se pueden aplicar las técnicas de la lógica para estudiar estos sistemas:
 - Descripción de la sintaxis y la semántica
 - Derivación de otros programas a partir de programas ya existentes
 - Especificación y verificación de programas

Especificación de un programa

- La lógica puede describir sin ambigüedades las tareas que debe realizar un programa
- Ejemplo: queremos un programa P que calcule el factorial del número n alojado en la localidad de memoria x y guarde el resultado en la localidad r
- En términos lógicos: $\{x = 0 \wedge n \geq 0\}P\{r = n!\}$

Verificación de un programa

- Es la comprobación matemática de que un programa funciona
- ¿Cómo se verifican los programas? Se comprueba la siguiente relación:

Significado del programa \iff Especificación formal

Técnicas para la verificación

Hay dos tipos de técnicas de verificación:

- Verificación de modelos
- Técnicas de demostración

¿Qué pasa cuando no se verifican los programas?

- *Ejemplo 1: el control de la propulsión del Boeing 737.* El sistema se apagaba cuando el avión alcanzaba la velocidad de 60 nudos. Los programadores indicaron qué hacer a más de 60 nudos y a menos de 60 nudos, pero olvidaron decir qué pasaba exactamente a 60 nudos.
- *Ejemplo 2: el Skylab.* Se desplomó por un error de asignación de valor a una variable. El valor era un número de punto flotante, pero la variable era entera. La acumulación de errores causó una desviación en la órbita del satélite.

Verificación de modelos

- En verificación de modelos se exploran los posibles estados de un sistema y se demuestra que se cumple una propiedad
- Es una técnica común en la verificación de *hardware* y de sistemas concurrentes
- Con frecuencia se basa en lógicas no clásicas

Técnicas de demostración

- Se basan en reglas de derivación sintáctica
- Algunas son totalmente automatizables
- Un ejemplo es un sistema basado en la aritmética de Pressburger llamado Spec#
- Spec# permite verificar programas en C#

Otras tres áreas de aplicación directa de la lógica

- Programación lógica
- Bases de datos
- Sistemas expertos y representación del conocimiento

Programación lógica

Los programas son las premisas y la salida del programa es la conclusión.
Si $F(x, y)$ quiere decir “ y es el factorial de x ”, entonces podemos tener este programa lógico

Premisas:

- 1 $F(0, 1)$
- 2 $F(1, 1)$
- 3 $\forall x. \forall y. F(x, y) \Rightarrow F(x + 1, y \times (x + 1))$

4 ¿ $F(3, x)$?

Conclusión

- 5 $F(3, 6)$

Bases de datos

Si en una base de datos hay un registro de la siguiente forma:

Nombre: Francisco Hernández Quiroz
Profesión: Investigador
Institución: UNAM

Una búsqueda en la base de datos con la pregunta “¿profesión = investigador?” es una demostración del enunciado

$$\exists x. p(x) = i$$

donde $p(x)$ es una función que nos da la profesión de x e i significa “investigador”.

Sistemas expertos y representación del conocimiento

- La lógica es una de las técnicas básicas en inteligencia artificial
- Un sistema experto es un sistema de demostración lógico y con principios que describen el dominio específico del sistema (por ejemplo, un sistema de consulta médica)
- Los principios cumplen el papel de las *premisas*. La respuesta a la consulta es la *conclusión*

Aplicaciones a otras ciencias

- Las técnicas surgidas de la interacción entre lógica y computación se aplican ahora a otras disciplinas
- Un ejemplo es la teoría de la concurrencia y su utilización en lógica

Modelos formales para concurrencia

- Los sistemas concurrentes implican la interacción simultánea entre distintos componentes
- Existen diversos lenguajes formales para representar esta interacción
- Algunos de los más populares son las álgebras de procesos
- Estas álgebras suelen estar acompañadas por lenguajes lógicos para su especificación y verificación

Aplicaciones en biología

- Las álgebras de procesos y sus lógicas se utilizan para modelar sistemas biológicos
- Ejemplo 1: las señales bioquímicas en una célula
- Ejemplo 2: la interacción entre genes
- Ejemplo 3: los componentes celulares delimitados por membranas

Lógica y computación

- La lógica no es una materia más que hay que superar para obtener un título en computación
- La lógica tiene una relación larga y fructífera con las ciencias de la computación
- También empieza a producir resultados aplicables en otras ciencias