Lógica Computacional. Tarea 1

1. Considera la siguiente definición del lenguaje de la lógica modal proposicional:

   (a) Proposiciones atómicas: $p, q, r, p_1, \ldots$.

   (b) Fórmulas creadas por medio de conectivas lógicas: $\neg\alpha, (\alpha \vee \beta), \ldots$

   (c) Fórmulas creadas por medio de operadores modales: $\Box\alpha, \Diamond\alpha$.

   Transforma la definición anterior en una definición de un conjunto generado inductiva y libremente. Comprueba que valen las tres propiedades de la generación libre.

2. Sea $<$ el orden estándar en $\mathbb{N}$. Di si existen (y en ese caso, descríbelos) los siguientes elementos:

   - Mínimo de $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) - \{(0,0)\}$ con el orden $<_L$.
   - Mínimo de $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) - \{(0,0)\}$ con el orden $<_C$.
   - Maximales y minimales de $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) - \{(0,0)\}$ con el orden $<_L$.
   - Maximales y minimales de $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}) - \{(0,0)\}$ con el orden $<_C$.

3. La función $\mathrm{Fib} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ se define así:

$$\begin{array}{rcl} \mathrm{Fib}(0) & = & 1 \\ \mathrm{Fib}(1) & = & 1 \\ \mathrm{Fib}(n+2) & = & \mathrm{Fib}(n+1) + \mathrm{Fib}(n) \end{array}$$

   Demuestra que Fib termina para todo $n \in \mathbb{N}$.

4. Considera las funciones $\mathrm{Sum} : L(\mathbb{N}) \to \mathbb{N}$ y $\mathrm{doble} : L(\mathbb{N}) \to L(\mathbb{N})$

$$\begin{array}{rcl} \mathrm{Sum}([\ ]) & = & 0 \\ \mathrm{Sum}(n :: l) & = & n + \mathrm{Sum}(l) \\ \mathrm{doble}([\ ]) & = & [\ ] \\ \mathrm{doble}(n :: l) & = & (2 \times n) :: (\mathrm{doble}(l)) \end{array}$$

   Demuestra por inducción que $2 \times \mathrm{Sum}(l) = \mathrm{Sum}(\mathrm{doble}(l))$ para toda lista finita l.