Autómatas y lenguajes formales. Tarea 1

1. Las listas de números naturales $L(\mathbb{N})$ se pueden definir a partir de un elemento básico, la lista vacía

$$[\ ]$$

y la función ::, que toma números naturales y listas y da por resultado nuevas listas. Por ejemplo, si $n \in \mathbb{N}$ y $[n_1 \ldots n_m] \in L(\mathbb{N})$, entonces

$$n :: [n_1 \ldots n_m] = [n\, n_1 \ldots n_m]$$

Considera ahora las funciones $\mathrm{Sum} : L(\mathbb{N}) \to \mathbb{N}$ y $\mathrm{doble} : L(\mathbb{N}) \to L(\mathbb{N})$

$$\begin{array}{rcl} \mathrm{Sum}([\ ]) & = & 0 \\ \mathrm{Sum}(n :: l) & = & n + \mathrm{Sum}(l) \\ \mathrm{doble}([\ ]) & = & [\ ] \\ \mathrm{doble}(n :: l) & = & (2 \times n) :: (\mathrm{doble}(l)) \end{array}$$

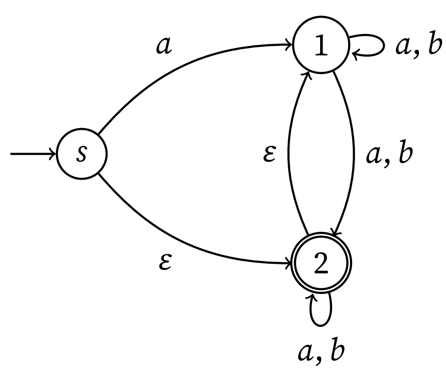
Demuestra por inducción que $2 \times \mathrm{Sum}(l) = \mathrm{Sum}(\mathrm{doble}(l))$ para toda lista finita l.

2. Dados $0 \leq m < k$ y $2 \leq p$, sea

$$A_{k,m,p} = \{\alpha \in \{0, 1, \ldots, p-1\}^* \;\mid\; \alpha \text{ es una representación } p\text{-aria de } x \text{ y } x \textbf{ mód } k = m\}.$$

Da un método general para construir un autómata que acepte $A_{k,m,p}$.

3. Transforma el siguiente autómata no determinista con transiciones-ε en uno determinista usando los métodos vistos en clase.



4. Da una expresión regular que genere el lenguaje

$$\{\alpha \in \{a, b\}^* \mid \alpha \text{ tiene un número par de } a \text{ o un número impar de } b\}.$$

5. Construye un autómata que acepte el lenguaje generado por la expresión

$$(0 + 1(01^*0)^*1)^*.$$

6. Demuestra que el lenguaje

$$\{\alpha \in \{a, b, c\}^* \mid \text{ la longitud de } \alpha \text{ es el cuadrado de un natural}\}$$

   no es regular. Usa el teorema del bombeo.

7. Demuestra 6 con el teorema de Myhill-Nerode.