

### Autómatas y lenguajes formales. Tarea 3

1. Diseña una máquina de Turing que reconozca el lenguaje  $\{\alpha\alpha\alpha \mid \alpha \in \{a,b\}^*\}$
2. Diseña una máquina de Turing que acepte el conjunto  $\{a^n \mid \exists m \in \mathbb{N} . n = 2^m\}$ .
3. Demuestra que el conjunto  $TOT = \{\langle M \rangle \mid M \text{ se detiene con todas las entradas}\}$  no es recursivamente enumerable y tampoco lo es su complemento.
4. Demuestra la siguiente extensión del teorema de Rice: toda propiedad no trivial de pares de conjuntos recursivamente enumerables es indecidible. Utilízalo para demostrar que, dadas dos máquinas  $N, M \in MT$ , los siguientes problemas son indecidibles:  
(a)  $L(M) = L(N)$ ?; (b)  $L(M) \cap L(N) = \emptyset$ ?; (c)  $L(M) \subseteq L(N)$ ?; (d)  $L(M) \cap L(N)$  es recursivo?
5. Ubica a TOT en la jerarquía aritmética por medio de un predicado. Demuestra que es un problema  $\leq_m$ -completo para ese nivel.