Autómatas y Lenguajes Formales. Tarea 2

1. Minimiza los autómatas de tus respuestas a los ejercicios 3 y 5 de la tarea 1.

2. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:*

$$
\begin{aligned}
X_0 &= a \cdot (X_1 \wedge X_2) + b \cdot X_0 + 0 \\
X_1 &= b \cdot (\bar{X}_0 \vee X_2) + a \cdot X_0 + \epsilon \\
X_2 &= a \cdot (X_1 \vee \bar{X}_2) + b \cdot (\bar{X}_1 \wedge X_2) + \epsilon
\end{aligned}
$$

   Construye un autómata finito alternante que acepte el lenguaje cuya solución es este sistema de ecuaciones (basta que des la tabla de transiciones).

3. Construye el autómata de diccionario para el conjunto $X = \{ab, ba, aba, bab\}$ con el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$.

   Considera la siguiente descripción de un lenguaje de programación simple:

   - Localidades de memoria: $X, Y, Z, X_1, \ldots;$
   - Constantes: $0, 1, -1, \ldots;$
   - Expresiones aritméticas: (a) localidades; (b) constantes; (c) si a y b son expresiones aritméticas, también lo son $(a + b)$, $(a \times b)$ y $(a - b)$;
   - Constantes boolenas: V y F;
   - Comparaciones: $(X = a)$ y $(X < a)$, donde X es una localidad y a una expresión aritmética;
   - Expresiones booleanas: (a) constantes booleanas; (b) comparaciones; (c) si b y v son expresiones booleanas, también lo son $\neg b$, $(b \vee v)$ y $(b \wedge v)$;
   - Asignaciones: $X := a$, donde X es una localidad y a una expresión aritmética;
   - El programa skip;
   - Programas: (a) skip; (b) asignaciones; (c) si P y Q son programas y b es una expresión booleana, los siguientes también son programas: $(P;\ Q)$, (if b then P else Q) y (while b do P).

4. Da una gramática libre de contexto que genere todos los programas en este lenguaje. No te preocupes por el formato de la gramática, simplemente trata de dar el menor número de reglas posibles.

5. Da gramáticas en forma normal de Chomsky y de Greibach del mismo lenguaje.

6. Describe un NPDA que acepte este lenguaje de programación.

7. El teorema de Chomsky-Schützenberger nos dice que hay existen $n \in \mathbb{N}$, $R \in \text{Reg}$ tales que existe un homomorfismo entre $D_n^* \cap R$ y el lenguaje de programación anterior. Da un valor de n y justifica tu respuesta.

8. Da CFG para los lenguajes:

(a) $\{a^n b^{2n} c^k \mid 1 \leq k, n\}$;

(b) $\{a^k b^m c^n \mid 1 \leq k, m, n, \quad n \leq 2k\}$;

(c) $\{a, b\}^* - \{\text{palindromas}\}$.

9. Demuestra que los siguientes conjuntos no son CFL:

   (a) $\{a^n b^m c^k d^n \mid 2n = 3m \wedge 5k = 7m\}$;

   (b) $\{a^i b^j c^k d^l \mid i = k, j = l\}$.

10. Describe detalladamente la ejecución del algoritmo CKY para decidir si la cadena $((X = 0) \vee F)$ es una expresión booleana.