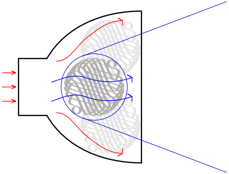
Percolación en el plano con simulaciones

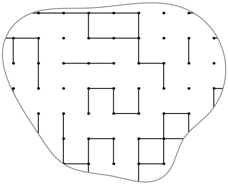
Laura Eslava

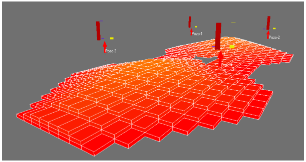
27 de mayo de 2010

Contenido

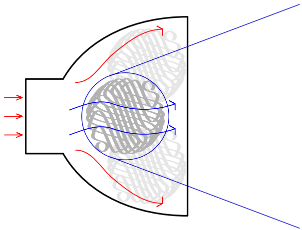
- Ideas generales de la percolación
- Simulaciones en el plano
- Aplicación a los pozos petroleros (ideas)

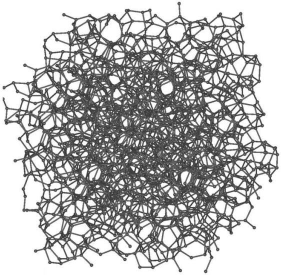






- Hammersley y Broadbent publicaron el primer artículo sobre percolación en 1957.
- Buscaban la mínima porosidad del carbón para que los filtros en caretas antigás fueran eficientes.





"Si los poros son bastante anchos y bien enlazos entre sí, el gas penetra profundamente en el filtro de carbón"

Qué modela la percolación

Percolación

De la raíz latina *per* (a través) y *colare* (filtrar).
La traducción literal a español es 'infiltrar'.

La percolación permite modelar:

- El paso de un fluido a través de un medio poroso.
- El grado de conductividad de una rejilla.
- Sustancias ferromagnéticas.
- Propagación de incendios.

Conductividad en una rejilla

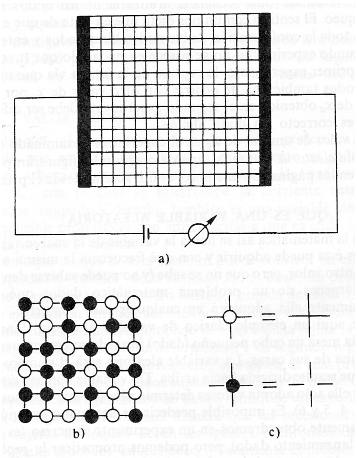


Figura. Una rejilla con nudos bloqueados.

Momento magnético

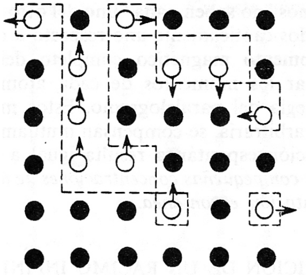


Figura. Los átomos de una sustancia, algunos con momento magnético.

Propagación de incendios

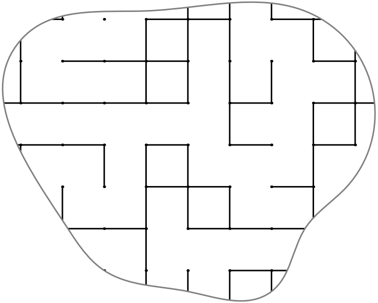
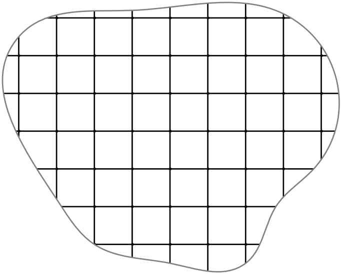
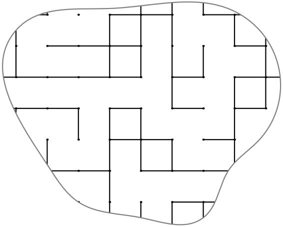


Figura. Ejemplo de percolación de aristas.

- La retícula en el plano: $\mathbb{L}_2 = (\mathbb{Z}^2, \mathbb{E}^2)$.





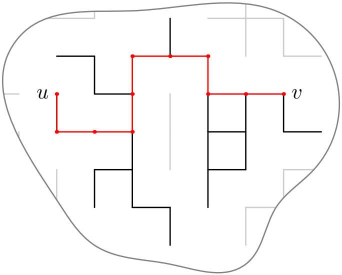
Una configuración es una subgráfica de $\mathbb{L}^2$.
A su conjunto de aristas le llamaremos el conjunto de aristas abiertas.

Una trayectoria entre u y v es una sucesión de vértices que no se repiten,

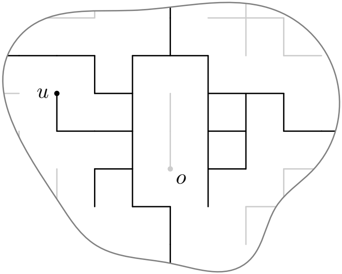
$$T = (u = x_0, x_1, \ldots, x_n = v).$$

con (x_{i-1}, x_i) es una arista para toda $i < n$. Se dice que $u \to v$.

La componente conexa $\mathcal{C}_x$ de x es la subgráfica que consta de todos los vértices (y aristas) que están conectados a él por medio de trayectorias.



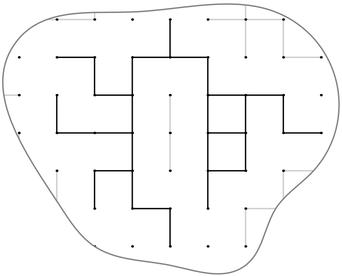
La percolación estudia las propiedades de conexidad de subgráficas aleatorias de una retícula dada.



- 'Percolación'
- Tamaño esperado de la c.conexa
- Cruces horizontales

Ocurre percolación si tenemos que la c. conexa de un vértice fijo es infinita.

La percolación estudia las propiedades de conexidad de subgráficas aleatorias de una retícula dada.

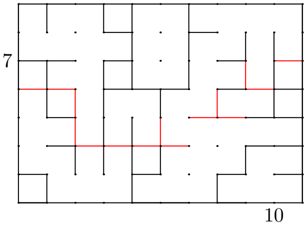


- 'Percolación'
- Tamaño esperado de la c.conexa
- Cruces horizontales

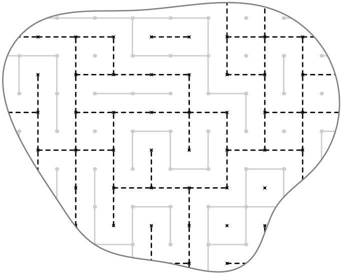
El tamaño esperado es un 'promedio' de la cardinalidad de una c.conexa.

La percolación estudia las propiedades de conexidad de subgráficas aleatorias de una retícula dada.

- 'Percolación'
- Tamaño esperado de la c.conexa
- Cruces horizontales



Un rectángulo cuenta con un cruce horizontal si existe una trayectoria que una dos vértices de sus extremos verticales.



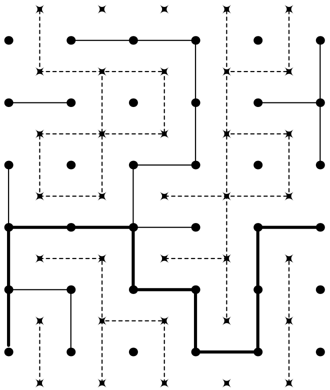
- Las aristas abiertas de una configuración dual son exactamente las duales a las aristas cerradas de la configuración en $\mathbb{L}^2$.

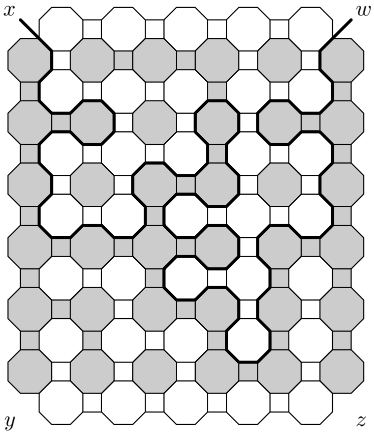
Lema del cruce

Se tiene exactamente uno de los dos casos:

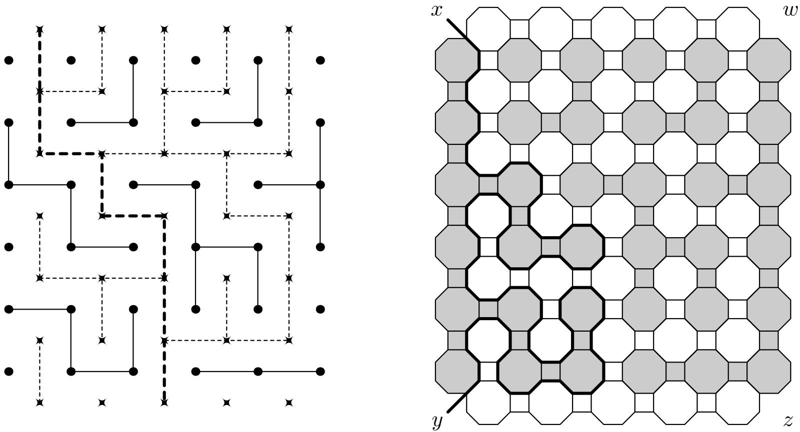
- un cruce horizontal en la configuración, o
- un cruce vertical en la configuración dual.

Un cruce horizontal



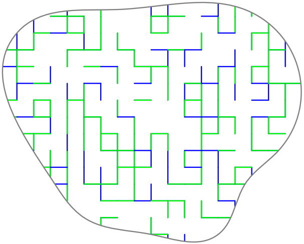


La línea tiene siempre la región negra a la derecha, así que no puede terminar en z.

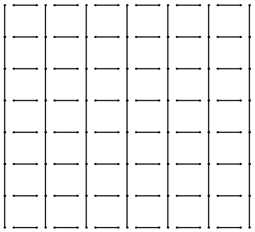


La línea tiene siempre la región negra a la derecha, así que no puede terminar en z.

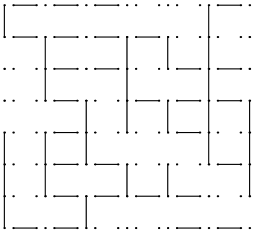
- La probabilidad de conexión es $p \in [0, 1]$.
- Asignamos un número aleatorio $x(e)$ a cada arista e.
- Se grafica la arista e si $x(e) \leq p$.
- La misma información se puede utilizar para p' distinta.



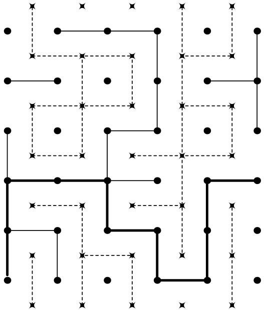
- Se modelan las aristas por 'columnas'.
- Se prueban sólo las aristas adyacentes a una ya abierta.
- Sólo se usa la información de la 'columna' anterior.



- Se modelan las aristas por 'columnas'.
- Se prueban sólo las aristas adyacentes a una ya abierta.
- Sólo se usa la información de la 'columna' anterior.

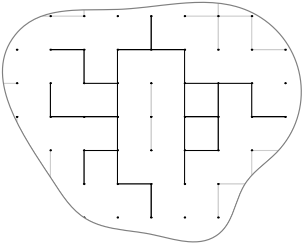


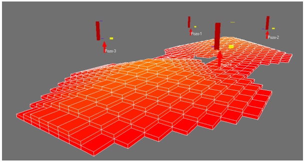
- Se sigue la técnica de la hormiguita.
- Sólo se simulan las aristas por debajo.
- Se obtiene una trayectoria que cruza.

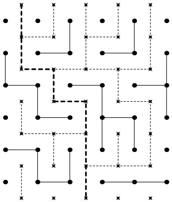


Se comienza con un conjunto $C_v = \{0\}$, al que se agregan las aristas adyacentes y abiertas del último grupo de aristas agregadas. Utilizamos:

- El conjunto C_v de aristas de la componente.
- El conjunto U de las 'últimas' aristas adyacentes.
- El conjunto de aristas que ya simulamos.



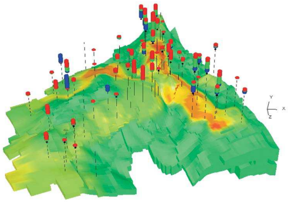




- La información que se maneja crece demasiado.
- Ya no se tiene la dualidad del plano.
- La técnica del primer cruce ya no es válida.
- La técnica de la c.conexa es útil todavía.

Simulación en pozos

- Tomar p en función de la profundidad, tipo de suelo, etc.
- Ó $x(e)$ en función de éstas.
- Simular qué componentes llegarán a cada salida.
- Calcular la probabilidad de los distintos escenarios.

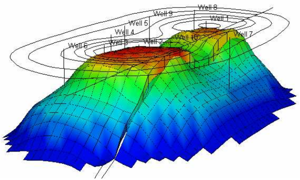


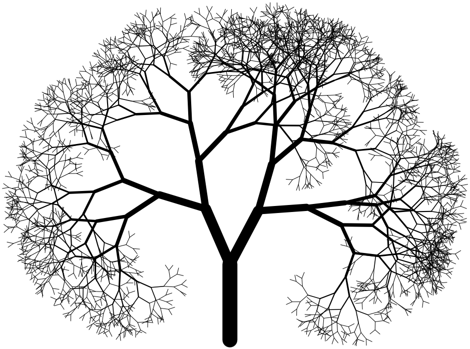
Ventajas:

- No se tienen que recalcular las funciones.
- Muy fácil si se tienen sólo dos fases.
- Existe la percolación por invasión.

Contras:

- Hay que adaptar los métodos actuales.
- Se entra en cuestiones estadísticas.
- Cómo se mide el flujo?





GRACIAS!