

Seminario de Álgebra A
Introducción al método de Forcing
Semestre 2015-2

Profra: Gabriela Campero Arena
Ayudte: Manuel Alejandro Zúñiga Pérez

Cub. 115 Depto. de Matemáticas
Cub. 115 Depto. de Matemáticas

Temario

1. Inducción, Recursión y Buena Fundación

- 1.1. Relacionales bien fundados, limitados por la izquierda y extensionales
- 1.2. El principio del elemento R -minimal de una clase no vacía
- 1.3. Inducción para relacionales bien fundados, \in -inducción
- 1.4. El esquema general de recursión para relacionales bien fundados
- 1.5. El teorema del colapso de Mostowski

2. Combinatoria de órdenes parciales

- 2.1. Cadenas y anticadenas
- 2.2. Filtros e ideales
- 2.3. Encajes entre órdenes parciales
- 2.4. Álgebras Booleanas
- 2.5. Órdenes cerrados, órdenes con condición de la anticadena contable y órdenes distributivos
- 2.6. Árboles
- 2.7. Axioma de Martin y sus equivalencias
- 2.8. MA_κ implica que $k < 2^{\aleph_0}$

3. Pruebas de consistencia relativa

- 3.1. Modelos estándar y no estándar de la teoría de conjuntos
- 3.2. El teorema fundamental para pruebas de consistencia relativa con el método de modelos internos
- 3.3. Relativización y absolutez de conceptos y operaciones teórico-conjuntistas
- 3.4. El teorema de Reflexión y sus corolarios

4. El método de modelos internos para pruebas de consistencia relativa

- 4.1. El universo constructible L de Gödel
- 4.2. L como modelo interno minimal de ZFE
- 4.3. Consistencia relativa con ZF de los enunciados: $V = L$, HC , HGC y AE
- 4.4. Limitaciones del método de modelos internos

5. Introducción al método de Forcing

- 5.1. Modelos estándar transitivos y numerables

- 5.2. Descripción del método, el modelo base M y su extensión genérica $M[G]$
- 5.3. Colapso de cardinales, los órdenes parciales $\langle Fin(I, J), \supseteq \rangle$

6. Forcing de Cohen y de Prikry

- 6.1. Consistencia relativa con ZF de los enunciados: $V \neq L$, $\neg HC$ y $\neg HGC$
- 6.2. Características del Forcing de Cohen
- 6.3. Forcing de Prikry

Bibliografía

- Kenneth Kunen, Set Theory, College Publications, Studies in Logic, 2011, ISBN-13: 9781848900509
- M. Hrusak y O. Guzmán, Una gentil introducción al método de forcing, notas de clase, 2014-15
- G. Campero Arena, ¿Es V distinto de L ? Independencia del axioma de constructibilidad, Tesis UNAM, 1998
- Miguel Ángel Mota Gaytán, ¿Qué se puede saber desde ZFE sobre el cardinal del continuo? Tesis licenciatura, Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM), 2003
- Ana Álvarez, Miguel Ángel Mota, Forcing, otros mundos posibles, Revista Ciencias de la UNAM, 78, Abril-Junio 2005
- Jech, T., Set Theory (The 3rd millenium edition), Springer Verlag, 2003
- Matthew Foreman y Akihiro Kanamori, editores, Handbook of Set Theory, Springer, 2010
- Akihiro Kanamori, The Higher Infinite, Large Cardinals in Set Theory from their beginnings, Springer

Evaluación

Habrá tareas, exámenes y exposiciones, el promedio de éstas dará la calificación final. Las calificaciones en acta se asentarán de acuerdo con la siguiente tabla:

0	\leq	Calif.	<	6	NP
6	\leq	Calif.	<	6.5	6
6.5	\leq	Calif.	<	7.5	7
7.5	\leq	Calif.	<	8.5	8
8.5	\leq	Calif.	<	9.5	9
9.5	\leq	Calif.	<	10	10